Escuela: CENS Juan de Garay.

Docente: Sánchez, Viviana Edith.

Año: 2° Divisiones: 1° y 2°

Nivel: Secundario para adultos.

Turno: Noche.

Área Curricular: Matemática.

Guía N°: **3**

Título: *Números Irracionales y Reales. Introducción a los Radicales.*

En la presente Guía estudiaremos un conjunto numérico nuevo, pero comencemos por recordar qué es un conjunto numérico:

Los conjuntos numéricos nos sirven para agrupar números que tienen características similares. Es uno de los conceptos básicos de la matemática por lo que es importante entender cuáles son y qué características tiene cada uno.

¿Para qué se usan los conjuntos numéricos?

Los conjuntos numéricos se utilizan para separar los números en distintas clases que tienen propiedades similares.
Debemos ver esto simplemente como una forma de organización, en la que dado cualquier número decimos que este número pertenece al conjunto tal.

Si pensamos en los conjuntos numéricos que hemos estudiado hasta el momento podemos recordar al conjunto de los números naturales que se simboliza con $(\mathbb{N})$ y está formado por los números 1, 2, 3,… es decir estos números son todos positivos y representan magnitudes enteras, es decir no tienen parte decimal.
Luego estudiamos el conjunto de los números enteros $(\mathbb{Z})$ que resulta de agregar a los números naturales, el número 0 y los números negativos sin parte decimal. Con los números negativos podemos representar operaciones de sustracción (resta), magnitudes faltantes,

valores que se encuentran por debajo del cero de referencia y demás. Algunos ejemplos son: dinero que pagamos y se resta de lo que tenemos; temperaturas bajo cero que se expresan como valores negativos de grados centígrados, etc.

Seguidamente hemos trabajado con el conjunto de los números racionales ($\mathbb{Q}$). El conjunto de los números racionales surge de hacer divisiones de dos números enteros. Por ejemplo: 1 dividido 2, es una operación que da lugar a un número que es más pequeño que 1 pero más grande que 0. Estos números se utilizan para representar magnitudes no enteras, por ejemplo: velocidad, peso, corriente eléctrica; expresar cantidades fraccionables por ejemplo medio kilo de harina son 0.5 Kg de harina.

Ahora comenzaremos a conocer un nuevo conjunto numérico:

CONJUNTO DE LOS NÚMEROS IRRACIONALES:

Al conjunto de los números irracionales lo simbolizaremos con $\mathbb{I}$. Los números irracionales surgen de realizar ciertas operaciones y no es posible expresarlos como el cociente (división) o fracción entre dos números enteros. Un ejemplo de este tipo de números es el conocido número “Pi” que se compone de infinitas cifras decimales:

Por lo tanto, el Conjunto de los Números Irracionales, está formado por todos los números decimales cuya parte decimal tiene infinitas cifras no periódicas (repetidas). Como ocurre con algunas raíces no exactas por ejemplo: $\sqrt{2} = 1{,}414213562\ldots$ $\sqrt{3} = 1{,}732050808\ldots$ $\sqrt{5} = 2{,}236067977\ldots$

REPRESENTACIÓN EN LA RECTA NUMÉRICA:

Cada número irracional tiene asociado un punto sobre la recta real.

Representar un número con infinitas cifras decimales no periódicas es imposible y por lo tanto nos tendríamos que conformar con una aproximación. De todas maneras, hay métodos geométricos que permiten representar algunos números irracionales en la recta numérica.

En el caso de algunos números irracionales como $\sqrt{2}; \sqrt{3}; \sqrt{5}; \ldots$ pueden representarse exactamente en la recta mediante el uso de una regla, compás y el Teorema de Pitágoras.

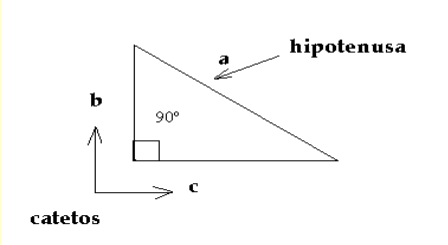
Lo recordemos a continuación

👇

TEOREMA DE PITÁGORAS: En un triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos. Si a es la hipotenusa y, b y c son los catetos, se cumple:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

CONCEPTOS PREVIOS
Triángulo rectángulo : Tiene un ángulo de 90°.
Catetos : Son los lados que forman el ángulo de 90° (perpendiculares).
Hipotenusa : Lado opuesto al ángulo de 90°.



Veamos cómo se puede representar, por ejemplo $\sqrt{2}$

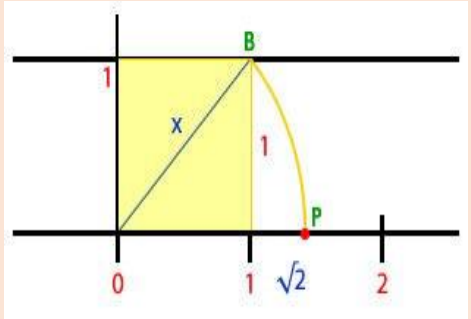
Para representarla debemos seguir los siguientes pasos:

Paso 1**:** Construir sobre la recta numérica un triángulo rectángulo de dimensiones 1cm de ancho 1cm de alto y vamos a llamar x a la hipotenusa.

Paso 2**:** Aplicar el Teorema de Pitágoras como sigue:

$$x^2 = 1^2 + 1^2$$
$$x^2 = 2$$
$$x = \sqrt{2}$$

Paso 3**:** Ya sabemos que el valor de la hipotenusa tiene como valor raíz de 2, luego con la ayuda de un compás podemos representar en la recta el valor de $\sqrt{2}$ de la siguiente manera. Con tu compás toma la dimensión de la hipotenusa, que en este caso es $\sqrt{2}$ y toma como centro el cero. Luego trazas un arco de circunferencia y el punto de corte con la recta numérica será el valor de raíz de 2 (longitud desde el punto cero al punto P).

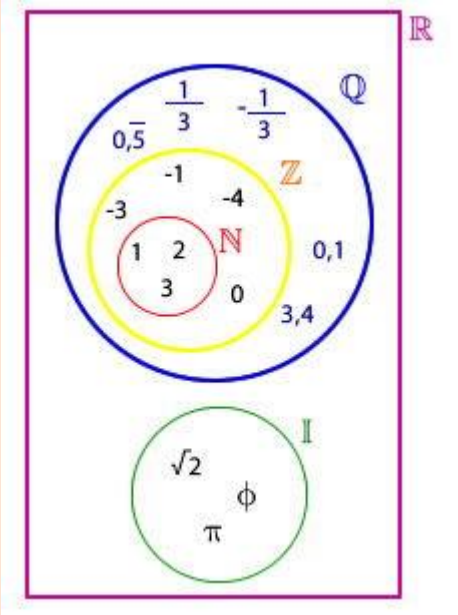


Con la ayuda de un compás podemos representar exactamente $\sqrt{2}$ en la recta numérica.

El siguiente video puede ayudarte con la representación gráfica de este y otros números irracionales:

https://youtu.be/QeC5W4-ccSQ

De esta manera, llegamos a conformar el último conjunto numérico que estudiaremos en este año: el **Conjunto de los Números Reales** que se simboliza con $\mathbb{R}$, y resulta de la unión de los conjuntos de los números racionales ($\mathbb{Q}$) y los números irracionales ($\mathbb{I}$).



ALGUNOS NÚMEROS REALES ESPECIALES: RADICALES

Para introducir el concepto de radicales, previamente vamos a repasar la operación **radicación** que se define como:

Se llama raíz n-ésima de un número real a y se escribe $\sqrt[n]{a}$ a un número real b que cumple la siguiente condición:

$$\sqrt[n]{a} = b \Leftrightarrow b^n = a$$

Donde $\sqrt[n]{a}$ se llama radical; a radicando y n índice de la raíz.

Recordemos que el único índice que no se escribe es 2, esto es, escribimos $\sqrt{7}$ en lugar de $\sqrt[2]{7}$. Todos los demás si se escriben.

Ejemplos:

$\sqrt{16} = 4$ ya que se cumple que $4^2 = 16$

$\sqrt[3]{-8} = -2$ dado que $(-2)^3 = -8$

$\sqrt{144} = 12$ pues $12^2 = 144$

Es muy importante recordar que las raíces de radicando negativo e índice par no dan por resultado un número real sino un número que pertenece a un conjunto numérico que estudiaremos el próximo año (Conjunto de los Números Complejos $\mathbb{C}$). Por ejemplo: $\sqrt{-9}$; $\sqrt[4]{-16}$; $\sqrt[8]{-3}$; etc

Ejercicio 1: Calcula las siguientes raíces

a) $\sqrt{16} =$
b) $\sqrt{25} =$
c) $\sqrt{49} =$
d) $\sqrt[3]{8}$
e) $\sqrt[3]{-27} =$
f) $\sqrt[4]{81} =$
g) $\sqrt[5]{32} =$

Ahora vamos a recordar propiedades de la *Potenciación* y de la *Radicación* que nos resultarán muy útiles en el desarrollo de este tema.

PROPIEDAD DE LA POTENCIACIÓN	EN SÍMBOLOS	EJEMPLO
Potencia de exponente cero	$a^0 = 1$ siempre que $a \neq 0$	$15^0 = 0$
Potencia de otra potencia	$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$(3^2)^5 = 3^{2 \cdot 5}$
Producto (multiplicación) de potencias de igual base.	$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$	$4^2 \cdot 4^3 = 4^{2+3}$
Cociente (división) de potencias de igual base.	$a^n : a^m = a^{n-m}$ otra forma de expresarlo $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$	$\frac{2^5}{2^3} = 2^{5-3}$
Distributividad respecto de la multiplicación.	$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$	$(6 \cdot 3)^2 = 6^2 \cdot 3^2$
Distributividad respecto de la multiplicación.	$(a : b)^n = a^n : b^n$ o de otro modo expresado $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{18}{5}\right)^4 = \frac{18^4}{5^4}$
Potencia de exponente negativo.	$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$ siendo $a \neq 0$	$12^{-5} = \frac{1}{12^5}$

Ejercicio 2: Resuelve aplicando las propiedades

PROPIEDAD DE LA RADICACIÓN	EN SÍMBOLOS	EJEMPLO
Simplificación del índice	Si $a \neq 0$, entonces $\sqrt[m]{a^m} = a$	$\sqrt[7]{9^7} = 9$
Raíz de otra raíz	$\sqrt[p]{\sqrt[q]{a}} = \sqrt[p \cdot q]{a}$	$\sqrt[3]{\sqrt[4]{7}} = \sqrt[3 \cdot 4]{7}$
Distributividad respecto de la multiplicación.	$\sqrt[m]{a \cdot b} = \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{a}$	$\sqrt[8]{4 \cdot 5} = \sqrt[8]{4} \cdot \sqrt[8]{5}$
Distributividad respecto de la división.	$\sqrt[m]{\frac{x}{y}} = \frac{\sqrt[m]{x}}{\sqrt[m]{y}}$	$\sqrt[7]{\frac{9}{8}} = \frac{\sqrt[7]{9}}{\sqrt[7]{8}}$

Ejercicio 3: Colocar **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda

Criterios de evaluación:

- ✓ Correcta presentación.
- ✓ Buena ortografía, coherencia y respeto por el orden de los ejercicios.
- ✓ Buena interpretación de los conceptos.
- ✓ Desarrollo de todas las actividades propuestas.
- ✓ Esfuerzo en el trabajo.

Directora: Graciela Inés Pérez.

Profesora: Sánchez Viviana Edith.