

INTRODUCCIÓN A LA TRIGONOMETRÍA

- Escuela: CENS 74° “Juan Vucetich”
- Docente: Gil Viviana, Álvarez Sergio.
- Año: 3° año.
- Turno: Noche.
- Área Curricular: Matemática.
- Objetivos:
 - Realizar una lectura comprensiva.
 - Investigar sobre semejanza de triángulos.
 - Definir las tres razones trigonométricas fundamentales.
 - Resolver situaciones problemáticas argumentando y validando respuestas.
 - Resolver ecuaciones.
 - Utilizar razones trigonométricas para la resolución de situaciones problemáticas.
- Tema: Razones trigonométricas: seno, coseno, tangente.
- Capacidades:
 - Resolución de problemas.
 - Argumentación del porqué de los resultados obtenidos.
- Metodología: Trabajar de manera virtual entre pares y de forma individual.
- Evaluación:
 - Socialización de la tarea cuando se retomen las actividades.
 - Envío por mail de las resoluciones a la docente.

TRIGONOMETRÍA

La trigonometría se ocupa, principalmente, de estudiar la relación entre lados y ángulos de un triángulo, y surgió a razón de las necesidades de la astronomía, la cartografía (el estudio de mapas), la artillería, entre otras.

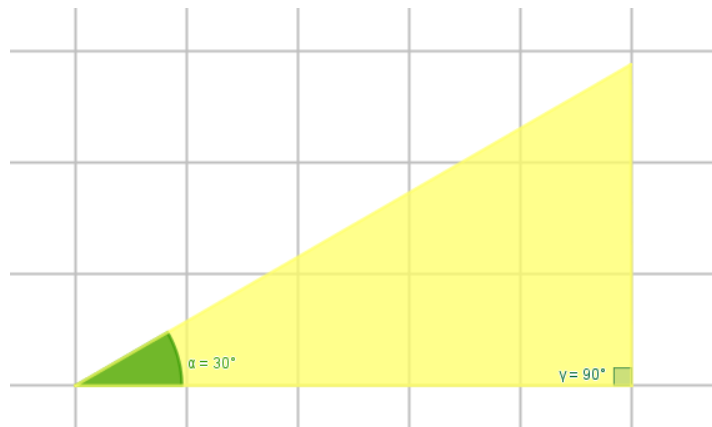
En esta guía veremos las RAZONES TRIGONOMÉTRICAS, estas, se usan únicamente para la resolución de triángulos rectángulos.

Recuerden que habíamos estudiado el Teorema de Pitágoras, este teorema solo estudia las medidas de los lados de un triángulo rectángulo. Ahora con trigonometría, estudiaremos la relación entre lados y ángulos de un triángulo, entonces ahora aparecen las medidas de los ángulos interiores de un triángulo rectángulo.

1) Para comenzar, necesitamos un semicírculo.

- a. Deben dibujar en sus cuadernos un triángulo rectángulo (recuerden que son los triángulos que tienen un ángulo interior de 90°), ese triángulo debe tener un ángulo que mida 30° . Las medidas de los lados no importan.

Por ejemplo, yo dibujo:



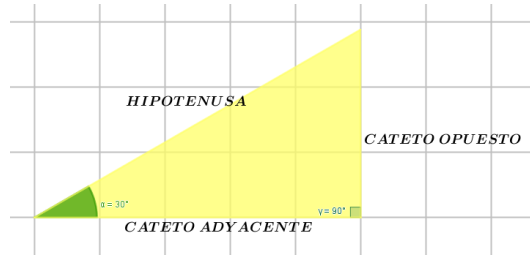
- b. Ahora, nombramos los lados del triángulo, considerando al ángulo de 30° .

El lado que está enfrente del ángulo de 90° es la HIPOTENUSA, siempre.

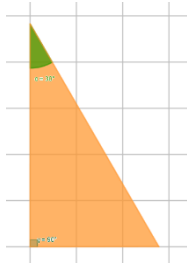
El lado que está enfrente al ángulo de 30° se llama CATETO OPUESTO.

El lado que esta sobre el ángulo de 30 se llama CATETO ADYACENTE.

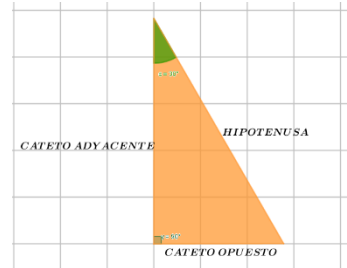
En mi triángulo queda:



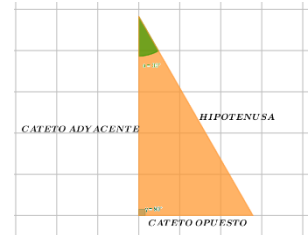
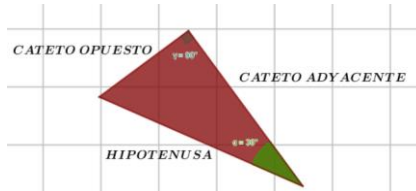
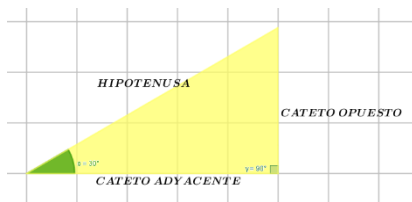
Por ejemplo, si alguien grafica el siguiente triángulo,



Deberá llamar a los lados de su triángulo como sigue:

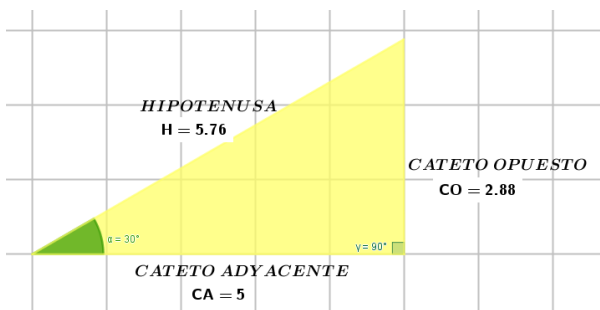


Es decir, la manera en la que vamos a llamar a los catetos, ya sea opuesto o adyacente, va a ser en función del ángulo agudo que estemos trabajando. Por ejemplo:



c. Ahora, deben medir, con mucho cuidado, los lados del triángulo que dibujaron en el ítem (a).

En mi triángulo queda:



Es decir:

$$\text{Hipotenusa} = H = 5,76\text{cm}$$

$$\text{Cateto opuesto} = CO = 2,88\text{cm}$$

$$\text{Cateto adyacente} = CA = 5\text{cm}$$

NOTA: de aquí en adelante, identificaremos a la hipotenusa, cateto opuesto y cateto adyacente con H , CO y CA , respectivamente.

- d. Calculen ahora, la razón entre el cateto opuesto al ángulo de 30°, y la hipotenusa del triángulo.

En mi triángulo queda:

$$\frac{CATETO\ OPUESTO}{HIPOTENUSA} = \frac{CO}{H} = \frac{2,88}{5,76} = 0,5$$

¡RECUERDEN!

$$\frac{2,88}{5,76} = 2,88:5,76$$

ES UNA DIVISIÓN

- e. Pregunten a sus compañeros/as cuanto obtuvieron.

¿Pasara lo mismo en cualquier triangulo rectángulo que tenga un ángulo de 30°?

Los triángulos que dibujaron son semejantes (busquen en internet, este concepto) entre sí. En todos ellos uno de los ángulos es recto, otro es de 30°, y otro de 60° (recuerden que la suma de los tres ángulos interiores de un triángulo es 180)

Ahora bien:

La razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa en todos los triángulos dibujados es siempre la misma porque los triángulos son semejantes.

Esa razón se llama **seno del ángulo de 30°**, y no depende de los lados del triángulo sino de la medida del ángulo.

- f. De manera similar, calculen la razón entre el cateto adyacente al ángulo de 30° y la hipotenusa.

En mi triángulo queda

$$\frac{CATETO\ ADYACENTE}{HIPOTENUSA} = \frac{CA}{H} = \frac{5}{5,76} = 0,86$$

Esa razón recibe el nombre de **coseno del ángulo de 30°**.

- g. Por último, calculen la razón entre el cateto opuesto y el adyacente al ángulo de 30°.

En mi triángulo queda

$$\frac{CATETO\ OPUESTO}{CATETO\ ADYACENTE} = \frac{CO}{CA} = \frac{2,88}{5} = 0,576$$

Esta razón también se mantiene constante y se llama **tangente del ángulo de 30°**.

RAZONES TRIGONOMETRICAS

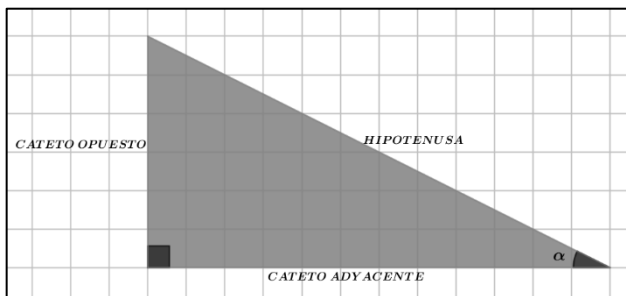
En trigonometría se emplean tres razones fundamentales que relacionan los lados de un triángulo rectángulo y cualquiera de sus ángulos agudos:

- *seno del ángulo $\hat{\alpha}$* , que se escribe $\text{sen } \hat{\alpha} \rightarrow \text{sen } \hat{\alpha} = \frac{\text{CATETO OPUESTO a } \hat{\alpha}}{\text{HIPOTENUSA}}$
- *coseno del ángulo $\hat{\alpha}$* , que se escribe $\text{cos } \hat{\alpha} \rightarrow \text{cos } \hat{\alpha} = \frac{\text{CATETO ADYACENTE a } \hat{\alpha}}{\text{HIPOTENUSA}}$
- *tangente del ángulo $\hat{\alpha}$* , que se escribe $\text{tan } \hat{\alpha} \rightarrow \text{tan } \hat{\alpha} = \frac{\text{CATETO OPUESTO a } \hat{\alpha}}{\text{CATETO ADYACENTE a } \hat{\alpha}}$

NOTA: α es una letra griega, se lee, “alfa”. Las letras griegas en matemática se usan, entre otras cosas, para nombrar a los ángulos, por eso las escribimos con un arquito arriba $\hat{\alpha}$.

¡RESUMIENDO!

Dado el siguiente triángulo



$$\text{sen } \hat{\alpha} = \frac{CO}{H}$$

$$\text{cos } \hat{\alpha} = \frac{CA}{H}$$

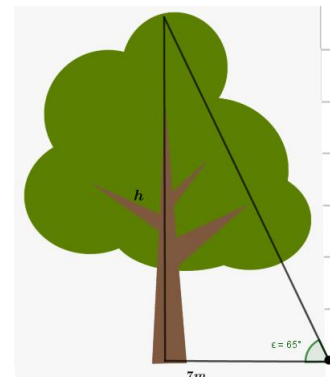
$$\text{tan } \hat{\alpha} = \frac{CO}{CA}$$

2) Vean ahora, el video que aparece en el siguiente enlace: <https://youtu.be/NFcbb3BX-70>

En él, verán un resumen de lo visto hasta ahora.

3) ¿Cuál será la altura de un árbol, si desde un punto situado a 7 m de la base se observa su copa con un ángulo de 65° ?

Recuerden, lo primero, siempre es realizar un gráfico de la situación.





Ahora podemos observar el triángulo rectángulo que se forma, además podemos nombrar sus lados.

Entonces, tenemos:

$$H = ?$$

$$CO = h = \text{altura del árbol} = ?$$

$$CA = 7m$$

$$\hat{\alpha} = 65^\circ$$

Ahora vemos que el problema nos pregunta la altura del árbol, es decir el cateto opuesto CO.

Datos: $CA = 7m$ $\hat{\alpha} = 65^\circ$

Incógnita: CO

Ahora, vamos al cuadro donde quedaron definidas las razones trigonométricas, y buscamos la razón que nos sirva según los datos que tenemos y lo que queremos hallar.

La única razón que incluye el cateto opuesto y el cateto adyacente, es la tangente, entonces:

$$\tan \hat{\alpha} = \frac{CO}{CA} \text{ reemplazando cada valor, tenemos:}$$

$$\tan 65^\circ = \frac{CO}{7} \text{ ahora, en la calculadora, hallamos } \tan 65^\circ$$

$$2,14 = \frac{CO}{7} \text{ luego, necesitamos despejar el CO, entonces el 7 que está dividiendo pasa multiplicando.}$$

$$7 \cdot 2,14 = CO \text{ y obtenemos:}$$

$$14,98 = CO$$

RST: La altura del árbol es de 14,98m.

- 4) Queremos fijar un poste de 3,5m de altura, con un cable que va desde el extremo superior del poste al suelo. Desde ese punto del suelo se ve el poste bajo un ángulo de 40° ¿A qué distancia del poste sujetaremos el cable? ¿Cuál es la longitud del cable?