

Escuela: CENS 74º "Juan Vucetich" Docentes: Alvarez Sergio 3º 2º Turno: Noche.

Área Curricular: Matemática.

Objetivos:

Teorema del seno ,Realizar una lectura comprensiva. ○ Resolver situaciones problemáticas argumentando y validando respuestas. ○ Resolver ecuaciones. ○ Utilizar razones trigonométricas y el Teorema del seno para la resolución de situaciones problemáticas.

Tema: Ejercitacion de Teorema del seno y razones trigonométricas.

Profesor 3º2º:Sergio Alvarez : Correo: (ser_alvamu@hotmail.com)

Bienvenidos/as a la Guía Nº 6 en la que veremos el soporte teorico y ejercitación del Teorema del seno.

TEOREMA DEL SENO: SOPORTE TEORICO

1. Introducción

El **teorema del seno** (o **teorema de los senos**) es un resultado de **trigonometría** que establece la relación de proporcionalidad existente entre las longitudes de lados de un triángulo cualquiera con los senos de sus ángulos interiores opuestos. Esta relación fue descubierta en el siglo X.

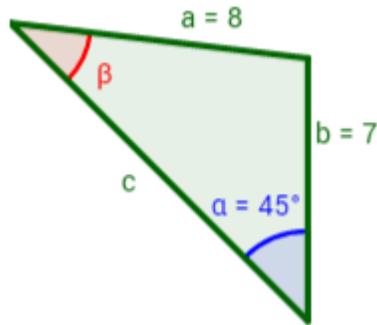
Si se aplica el teorema a la fórmula del área de un triángulo (área igual a la mitad de la base por la altura) inscrito en una circunferencia de radio (R) , se obtiene una fórmula para el área en función de los lados y del radio (apartado 3).

Para aplicar el teorema del seno se necesita conocer dos lados y un ángulo interior (opuesto a alguno de estos dos lados), o bien, un lado y dos ángulos (uno de ellos debe ser el opuesto al lado).

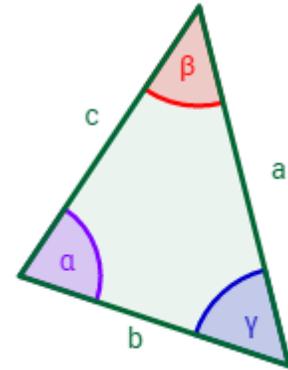
En esta página enunciamos y demostramos el teorema del seno y la fórmula del área mencionada anteriormente y resolvemos problemas de aplicación de éstos en los que se desea calcular algún lado, algún ángulo o el área de algún triángulo. En algunos de los problemas se necesitan otros resultados básicos como el teorema de Pitágoras y la propiedad de que la suma de los ángulos internos de un triángulo es 180° .

2. Teorema del seno

Sea un triángulo cualquiera con lados (a) , (b) y (c) y con ángulos interiores (α) , (β) y (γ) (son los ángulos opuestos a los lados, respectivamente).



Entonces, se cumple la relación



$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

Notas previas:

- En el texto, escribiremos *seno* de (x) como $(\sin(x))$, aunque en otros textos lo encontraremos como $(\text{sen}(x))$, $(\text{seno}(x))$ o $(\text{sinus}(x))$.
- También utilizaremos la función arcoseno escrita como (\arcsin) , que es la función inversa del seno. Normalmente, en las calculadoras esta función se denota por (\sin^{-1}) .

ACTIVIDAD 1: Ver detenidamente los problemas N°1 y N°2 y sus respectivas soluciones .

Problema 1

En el siguiente triángulo de lados $a = 8\text{cm}$ y $b = 7\text{cm}$. Calcular cuánto mide el ángulo β sabiendo que el ángulo γ mide 45° .

Solución

Como conocemos los lados a y b y el ángulo α , aplicamos el teorema del seno:

$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)}$$

Por tanto,

$$\frac{8}{\sin(45^\circ)} = \frac{7}{\sin(\beta)}$$

Despejamos el seno de β :

$$\begin{aligned}\sin(\beta) &= \frac{7 \cdot \sin(45^\circ)}{8} = \\ &= \frac{7 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}}{8} = \frac{7\sqrt{2}}{16}\end{aligned}$$

Finalmente, despejamos β utilizando la inversa del seno (arcoseno):

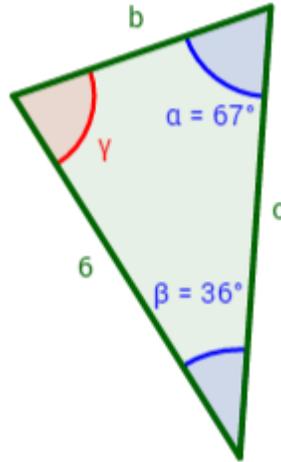
$$\beta = \arcsin\left(\frac{7\sqrt{2}}{16}\right) = 38.22^\circ$$

Luego el ángulo es

$$\beta = 38.22^\circ$$

Problema 2

Se tiene un triángulo con ángulos $\alpha = 67^\circ$ y $\beta = 36^\circ$ y un lado $a = 6\text{cm}$. ¿Cuánto mide el lado c ?



Solución

Para calcular el lado c necesitamos conocer el ángulo γ .

Recordemos que en todo triángulo la suma de sus ángulos internos es 180° , es decir, tenemos la ecuación:

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

Despejamos el ángulo γ :

$$\gamma = 180^\circ - \alpha - \beta$$

Sustituimos los valores:

$$\gamma = 180^\circ - 67^\circ - 36^\circ$$

$$\gamma = 77^\circ$$

Luego el ángulo es $\gamma = 77^\circ$.

Ahora podemos aplicar el teorema del seno:

$$\frac{c}{\sin(\gamma)} = \frac{a}{\sin(\alpha)}$$

Sustituimos los datos:

$$\frac{c}{\sin(77^\circ)} = \frac{6}{\sin(67^\circ)}$$

Por tanto,

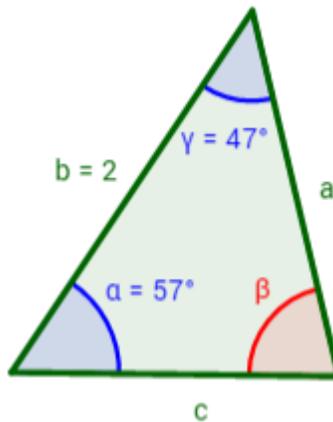
$$c = \frac{6 \cdot \sin(77^\circ)}{\sin(67^\circ)} \cong 6.35 \text{ cm}$$

Luego el lado c mide 6.35 cm.

ACTIVIDAD 2: Leer detenidamente y Resolver los Ejercicios N°3 y N°4

Problema 3

En el siguiente triángulo con lado $b = 2\text{cm}$ y ángulos $\alpha = 57^\circ$ y $\gamma = 47^\circ$, ¿cuánto mide el lado a ?



Problema N°4

LEY DE SENOS

LA DISTANCIA ENTRE DOS CASAS ES DE 200m . Si la distancia ubicada entre la casa de fachada café y el árbol es de 100m.¿ Cual es la distancia entre la casa de techo rojo y el árbol?