GUIA N° 6 – Nivel Secundario.

Escuela CENS 249 “César Hermógenes Guerrero”

Docentes: Eliana Martin- Eugenia Molini

Curso: Tercer Año

Turno: Noche

Área Curricular: Matemática

Titulo de la Propuesta:” Función Cuadrática “

Objetivos:

- Adquirir y ejecutar el lenguaje propio de Matemática comprendiendo e interpretándolas situaciones problemáticas
- Adoptar una actitud critica frente a una situación.

Contenidos

Definición de función cuadrática, Representación gráfica de una función cuadrática y sus características.

Metodología

- Desarrollo y noción de vocabulario.
- Elaboración de definiciones y conceptos.
- Formulación de situaciones problemáticas.

Definición de Función Cuadrática

Una función cuadrática es aquella que puede escribirse como una ecuación de la forma:

$$f(x) = ax\ 2 + bx + c$$

donde a, b y c (llamados términos) son números reales cualesquiera y a es distinto de cero (puede ser mayor o menor que cero, pero no igual que cero). El valor de b y de c sí puede ser cero.

En la ecuación cuadrática cada uno de sus términos tiene un nombre.

Así,

ax 2 es el término cuadrático

bx es el término lineal

c es el término independiente

Cuando estudiamos la ecuación de segundo grado o cuadrática vimos que si la ecuación tiene todos los términos se dice que es una ecuación completa , si a la ecuación le falta el término lineal o el independiente se dice que la ecuación es incompleta .

Representación gráfica de una función cuadrática

Si pudiésemos representar en una gráfica "todos" los puntos [x,f(x)] de una función cuadrática , obtendríamos siempre una curva llamada parábola .

Como contrapartida, diremos que una parábola es la representación gráfica de una función cuadrática.

Dicha parábola tendrá algunas características o elementos bien definidos dependiendo de los valores de la ecuación que la generan.

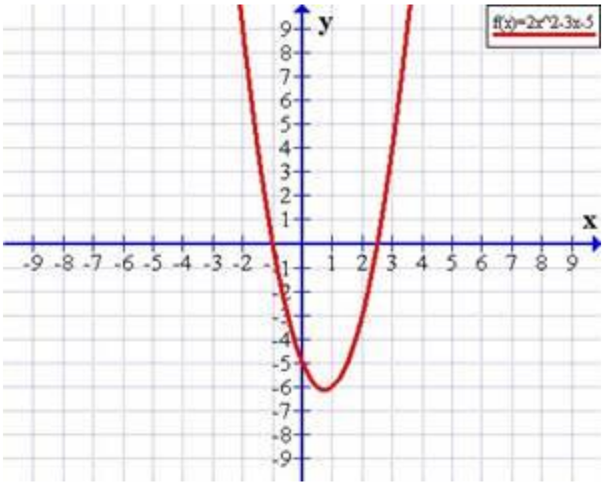
- Estas características o elementos son:
- Orientación o concavidad (ramas o brazos)
- Puntos de corte con el eje de abscisas (raíces)
- Punto de corte con el eje de ordenadas
- Eje de simetría
- Vértice
- Orientación o concavidad

Una primera característica es la orientación o concavidad de la parábola.

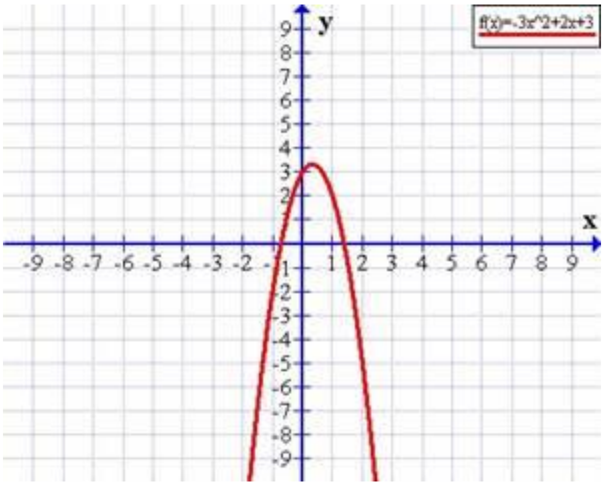
Hablamos de parábola cóncava si sus ramas o brazos se orientan hacia arriba y hablamos de parábola convexa si sus ramas o brazos se orientan hacia abajo.

Esta distinta orientación está definida por el valor (el signo) que tenga el término cuadrático (la ax^2):

Si a > 0 (positivo) la parábola es cóncava o con puntas hacia arriba, como en f(x) = 2x 2 − 3x − 5



Si a < 0 (negativo) la parábola es convexa o con puntas hacia abajo, como en f(x) = −3x 2 + 2x + 3



Además, cuanto mayor sea |a| (el valor absoluto de a), más cerrada es la parábola.

Puntos de corte en el eje de las abscisas (Raíces o soluciones) (eje de las X)

Otra característica o elemento fundamental para graficar una función cuadrática la da el valor o los valores que adquiera x, los cuales deben calcularse.

Ahora, para calcular las raíces (soluciones) de cualquier función cuadrática calculamos

f (x) = 0.

Esto significa que las raíces (soluciones) de una función cuadrática son aquellos valores de x para los cuales la expresión vale 0; es decir, los valores de x tales que y = 0; que es lo mismo que f(x) = 0.

Entonces hacemos

$ax^2 + bx + c = 0$

Como la ecuación $ax^2 + bx + c = 0$ posee un término de segundo grado, otro de primer grado y un término constante, no podemos aplicar las propiedades de las ecuaciones, entonces, para resolverla usamos la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Entonces, las raíces o soluciones de la ecuación cuadrática nos indican los puntos de intersección de la parábola con el eje de las X (abscisas).

Respecto a esta intersección, se pueden dar tres casos:

1. Que corte al eje X en dos puntos distintos
2. Que corte al eje X en un solo punto (es tangente al eje x)
3. Que no corte al eje X

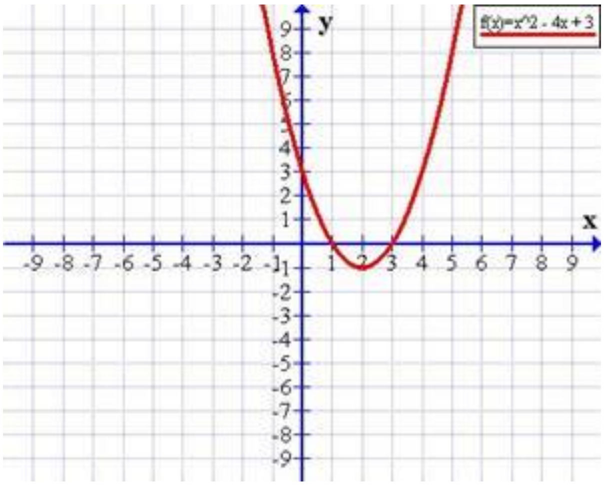
Esta característica se puede determinar analizando el discriminante , ya visto en las ecuaciones cuadráticas .

Punto de corte en el eje de las ordenadas (eje de las Y)

En el eje de ordenadas (Y) la primera coordenada es cero, por lo que el punto de corte en el eje de las ordenadas lo marca el valor de c (0, c).

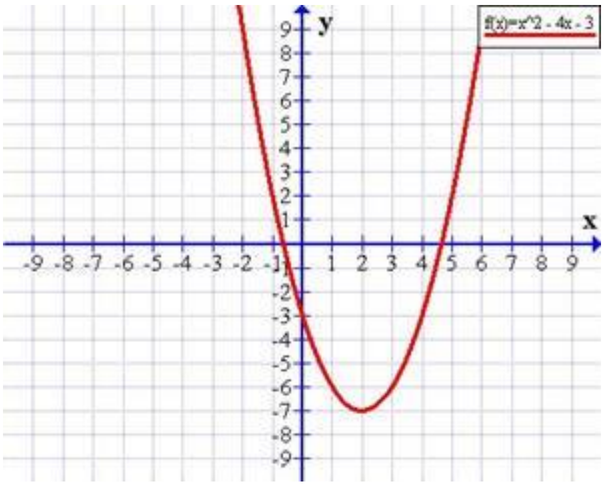
Veamos:

Representar la función $f(x) = x^2 - 4x + 3$



El eje de las ordenadas (Y) está cortado en +3

Representar la función $f(x) = x^2 - 4x - 3$



El eje de las ordenadas (Y) está cortado en −3

Observar que la parábola siempre cortará al eje de las ordenadas (Y), pero como ya vimos más arriba al eje de abscisas (X) puede que no lo corte, lo corte en dos puntos o solamente en uno.

Eje de simetría o simetría

Otra característica o elemento de la parábola es su eje de simetría.

El eje de simetría de una parábola es una recta vertical que divide simétricamente a la curva; es decir, intuitivamente la separa en dos partes congruentes. Se puede imaginar como un espejo que refleja la mitad de la parábola.

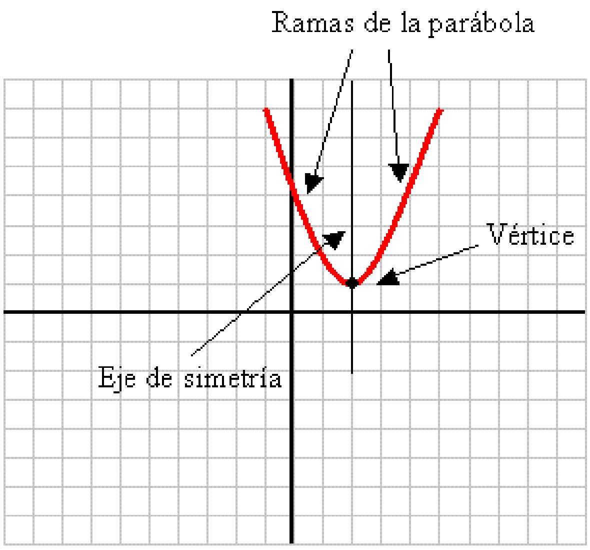
Su ecuación está dada por:

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

Donde x 1 y x 2 son las raíces de la ecuación de segundo grado en x, asociada a la parábola.

De aquí podemos establecer la ecuación del eje de simetría de la parábola:

$$x = -\frac{b}{2a}$$



Vértice

Como podemos ver en gráfico precedente, el vértice de la parábola es el punto de corte (o punto de intersección) del eje de simetría con la parábola y tiene como coordenadas

$$\left(-\frac{b}{2a}, \ -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$$

Actividades

1- Escriba una ecuación cuadrática en su forma estándar identificando los valores de a, b y c.

2-Marque con una cruz aquellas Funciones que sean una Función Cuadrática

- x 2 + 8x + 16 = 16
- 2 x 2 - x + 5 = -2

- $8x + 1 = F(x)$
- $x\ 2 = 81$
- $x=y$
- $x - 4 = 0$

3-De un Ejemplo de Función Cuadrática Cóncava y Convexa, marque sus Partes

4-Dada la función cuadrática $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$:

a) Hallar la ecuación de su eje de simetría.

b) Las coordenadas de su vértice.

c) Comprobar si la gráfica se abre hacia arriba o hacia abajo.

d) El punto de corte con el eje *y*.

e) Las raíces reales de la función (si las tuviere).

Directora: Verónica Arredondo