

Propuesta pedagógica n° 1 - Fines I – 2020

Escuela Secundaria Capitán de Fragata Carlos María Moyano

Docente: Silvana Andrea Benega

Espacio curricular : Matemática – 6° año

Título de propuesta: Sistema de medición de ángulos – Teorema de Pitágoras

Contacto: WhatsApp 2644108117

Sistema De Medición De Ángulos:

Los ángulos desde hace muchos años se han utilizado para resolver una gran cantidad de problemas del área de la astronomía, de ingeniería e incluso de la vida cotidiana, por ejemplo: para construir una escalera, una calle, un mueble, ruedas o llantas, etc.

Los ángulos se pueden medir en grados o radianes y parten del centro de un círculo.

*Existen 3 sistemas de medición que permiten indicar la medida de los ángulos en **radianes** (sistema circular), **grados** (sistema sexagesimal) y en **grados centesimales o gon** (sistema centesimal), el sistema centesimal empleado en el campo de la topografía y la Ingeniería civil por tanto no trabajaremos con este sistema. Entre estos sistemas se pueden hacer conversiones para representar los valores de los ángulos en el que mejor se adapte a las necesidades.*

Existen diferentes tipos de ángulos, que permiten obtener el valor de uno o varios ángulos a partir de uno ya conocido. Se tienen: adyacentes, recto, llano, complementarios, suplementarios, opuestos por el vértice y los consecutivos.

Sistemas de medida.

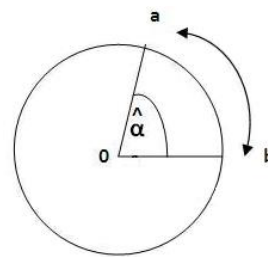
Sistema sexagesimal: la unidad de medida en este sistema es el grado sexagesimal (1°), que se obtiene de dividir el ángulo recto en 90 partes iguales. $1^\circ = \frac{1R}{90} \rightarrow 1R = 90^\circ$

Los submúltiplos del grado sexagesimal son el minuto sexagesimal ($1'$) y el segundo sexagesimal ($1''$)

$$1^\circ = 60', \quad 1' = 60'' \rightarrow 1^\circ = 360''$$

Sistema circular: la unidad de medida de este sistema es el radián.

Se llama **radián** al ángulo que abarca un arco de circunferencia cuya longitud es igual al radio de esta.



$$r = \overline{ob}$$

$$\widehat{ab} = \overline{ob}$$

$$\hat{\alpha} = 1 \text{ radian}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\widehat{ab}}{\overline{ob}}$$

El valor de un ángulo de 1 giro es de dos π radianes

Sistema sexagesimal	Sistema circular
90°	$\frac{\pi}{2}$
180°	π
360°	2π

Conversión entre los distintos sistemas de medición de ángulos

¿Cómo se interpretan los valores que da la calculadora cuando se trabaja con ángulos o funciones trigonométricas?

Cuando se trabaja con ángulos en la calculadora los valores que arroja la calculadora están en grados decimales, estos grados decimales se pueden llevar a grados sexagesimales a través de una tecla en la calculadora o se puede llevar a grados sexagesimales de la siguiente manera.

$$\begin{array}{r}
 63,43^\circ \longrightarrow 63^\circ \\
 \text{---} \\
 63 \\
 \hline
 0,43 \times 60 = 25,8' \\
 \text{---} \\
 25 \\
 \hline
 0,8' \times 60 = 48''
 \end{array}$$

- Para convertir valores expresados entre el sistema sexagesimal y el sistema circular se debe tener en cuenta las siguientes equivalencias.

$$90^\circ = \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$180^\circ = \pi \text{ rad}$$

Entonces si quiero expresar una medida de un ángulo en distintos sistemas puedo hacerlo empleando "regla de tres" proporcionalidad directa:

Por ejemplo:

Expresar el siguiente ángulo $\hat{\alpha} = 30^\circ$ en sistema circular:

Solución:

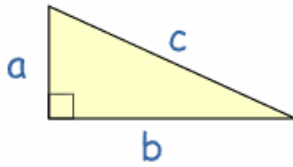
$$90^\circ \longrightarrow \frac{\pi}{2} \text{ rad}$$

$$30^\circ \longrightarrow x \quad \text{de donde } x = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

Por lo tanto $30^\circ = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

Teorema de Pitágoras

“En un triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados (llamamos "triángulo rectángulo" a un triángulo con un ángulo recto)”



Entonces, el cuadrado de a (a^2) más el cuadrado de b (b^2) es igual al cuadrado de c (c^2):

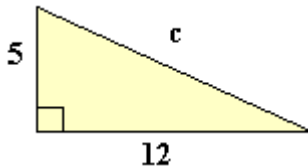
$$a^2 + b^2 = c^2$$

¿Por qué es útil esto?

Si sabemos las longitudes de dos lados de un triángulo con un ángulo recto, el Teorema de Pitágoras nos ayuda a encontrar la longitud del tercer lado. (¡Pero recuerda que sólo funciona en triángulos rectángulos!)

¿Cómo lo uso?

Ejemplo 1: Determinar el valor del lado faltante



Planteo el teorema de Pitágoras

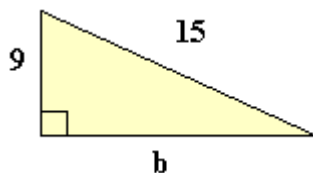
$$a^2 + b^2 = c^2 \longrightarrow \text{Reemplazo con los datos del problema} \longrightarrow 5^2 + 12^2 = c^2$$

Resuelvo

$$25 + 144 = 169$$

$$c^2 = 169 \longrightarrow c = \sqrt{169} \longrightarrow c = 13$$

Ejemplo 2: Determinar el valor del lado faltante



Planteo el teorema de Pitágoras

$$a^2 + b^2 = c^2 \longrightarrow \text{Reemplazo con los datos del problema} \longrightarrow 9^2 + b^2 = 15^2$$

Despejo la incógnita, en este ejemplo b^2 llevo 81 al otro miembro, como está sumando pasa restando

$$81 + b^2 = 225 \longrightarrow b^2 = 225 - 81$$

$$b^2 = 144 \quad \text{despejo } b \text{ sacando la potencia llevándola al otro miembro como raíz}$$

$$\boxed{b = \sqrt{144}} \longrightarrow \boxed{b = 12}$$

Actividades

Nota: no olvides de tener en cuenta la siguientes equivalencias

$$1 \text{ rad} = 57,2957^\circ \text{ (grados decimales)}$$

$$1^\circ = 0,01745 \text{ rad}$$

1) *Expresa los siguientes valores decimales en grados sexagesimales.*

$$\hat{\tau} = 123,37$$

$$\hat{\theta} = 32,12$$

2) *Completa el siguiente cuadro.*

Sistema sexagesimal	Sistema circular
270°	
	$\frac{\pi}{6}$
360°	

3) *Calcula, en grados sexagesimales, el valor aproximado de cada uno de los siguientes ángulos.*

a) $\hat{\sigma} = 1 \text{ rad}$

b) $\hat{\omega} = \frac{\pi}{3}$

c) $\hat{\rho} = 8 \pi$

d) $\hat{\varphi} = 3,5 \text{ rad}$

4) *Expresar los siguientes ángulos en radianes, dando la respuesta en función de π .*

a) $\hat{\delta} = 150^\circ$

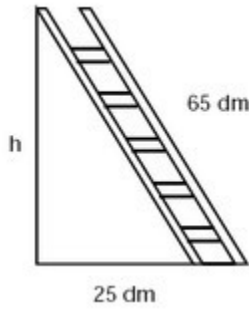
b) $\hat{\beta} = 60^\circ$

c) $\hat{\alpha} = 210^\circ$

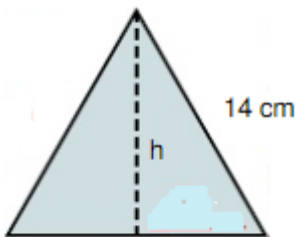
d) $\hat{\varepsilon} = 315^\circ$

Ejercicios a resolver aplicando Pitágoras

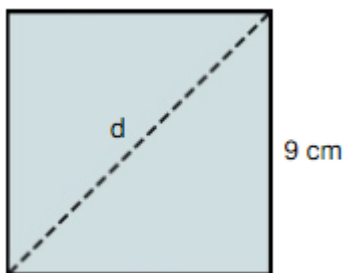
- 1) Una escalera de 65 dm de longitud está apoyada sobre la pared. El pie de la escalera dista 25 dm de la pared. ¿ a qué altura se apoya la parte superior de la escalera en la pared?



- 2) Calcular la altura de un triángulo rectángulo de 14 cm de lado



- 3) Calcula la diagonal de un cuadrado de 9 cm de lado



- 4) Calcula la altura de un rectángulo cuya diagonal mide 6,8 cm y la base 6 cm

