Silvana Esbry
Hugo Mercado
Laura León

Guía Pedagógica N° 8

Escuela: CENS N° 69
Curso: 2º1º-2º2º-2º3º
Docentes: Profesores Silvana Esbry, Hugo Mercado y Laura León
Turno: Noche
Área Curricular: Matemática
Título de la propuesta: Sistemas de Ecuaciones Lineales

Contenidos:
Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos Incógnitas.

Aplicación del Método gráfico para la resolución de Sistemas de Ecuaciones. Repaso de los métodos de Igualación y Sustitución.

Objetivo Principal:

- Resolver Sistemas de Ecuaciones de Primer grado con dos incógnitas.

Objetivos Específicos:

- Identificar e interpretar sistemas de ecuaciones de primer grado con dos incógnitas.
- Aplicar método de Igualación y de Sustitución, en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas.
- Interpretar soluciones gráficamente.

RECORDEMOS:

Sistemas de Ecuaciones Lineales con dos incógnitas

Tal como fuera expresado en la guía N 7, una **ecuación lineal** con dos incógnitas es una igualdad del tipo **x+by=c**, donde a, b, y c son números, y «**x**» e «**y**» corresponden a las incógnitas.

- Toda ecuación de primer grado con dos variables representa una línea recta.
- Si la ecuación carece de término independiente, la línea recta que ella representa, pasa por el origen.
- Si la ecuación tiene término independiente, la línea recta que ella representa, no pasa por el origen.

El planteo de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas, implica que se desea determinar el valor de dos números reales **x** e **y**, que verifiquen una determinada condición.
Estas ecuaciones deben satisfacerse simultáneamente, por esa razón forman un **sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas.**
Es importante tener en cuenta que: Resolver un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas significa hallar, si es que existen, todos los pares (**x,y**) que satisfagan ambas ecuaciones simultáneamente.
Existen diferentes métodos de resolución:

- Sustitución.
- Reducción.
- Igualación.
- Gráfico
- Determinantes

Método Gráfico:

A través del método gráfico podremos obtener el punto de intersección de las dos incógnitas a determinar. Para poder realizarlo debemos aplicar lo siguiente:
Para representar gráficamente, debemos aplicar todos los conocimientos que poseemos sobre representación en un Sistema de Ejes Cartesianos Ortogonales.

Teniendo en cuenta lo siguiente:

1) **Toda ecuación de primer grado con dos variables representa una línea recta.**
2) **Si la ecuación carece de término independiente, la línea recta que ella representa pasa por el origen.**
3) **Si la ecuación tiene término independiente, la línea recta que ella representa no pasa por el origen.**

Veamos para representar una sola recta

Gráfico de $3x + 4y = 15$.

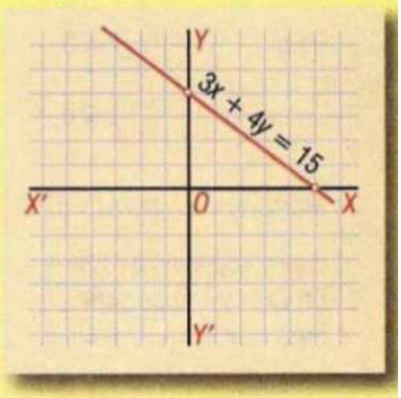
Como la ecuación tiene término independiente la línea recta que ella representa no pasa por el origen. En este caso, lo más cómodo es hallar las intersecciones con los ejes. La intersección con el eje de las x se obtiene haciendo $y = 0$ y la intersección con el eje de las y se obtiene haciendo $x = 0$.

Tenemos:

Para $y = 0$, $x = 5$

$x = 0$, $y = 3\frac{3}{4}$

Figura 50



Marcando los puntos $(5, 0)$ y $\left(0, 3\frac{3}{4}\right)$, (Fig. 50), y uniéndolos entre sí queda representada la recta que representa la ecuación $3x + 4y = 15$.

En $3x + 4y = 10$, se tiene:

Para $x = 0$, $y = 2\frac{1}{2}$

$y = 0$, $x = 3\frac{1}{3}$

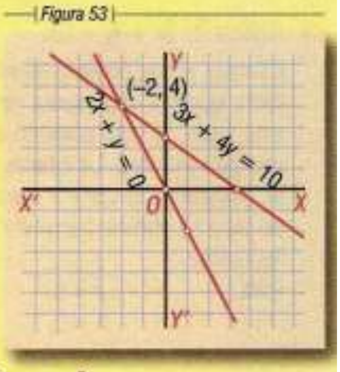
Marcando los puntos $\left(0, 2\frac{1}{2}\right)$ y $\left(3\frac{1}{3}, 0\right)$ y uniéndolos queda representada $3x + 4y = 10$.

En $2x + y = 0$ se tiene:

Para $x = 1$, $y = -2$

Uniendo el punto $(1, -2)$ con el origen (la ecuación carece de término independiente) queda representada $2x + y = 0$.

Figura 53



En el gráfico se ve que las coordenadas del punto de intersección de las dos rectas son $x = -2$, $y = 4$, luego el punto de intersección es $(-2, 4)$.

Silvana Esbry
Hugo Mercado
Laura León

Hallar la intersección de $2x + 5y = 4$ con $3x + 2y = -5$.

En $2x + 5y = 4$, se tiene:

Para $x = 0$, $y = \frac{4}{3}$

$y = 0$, $x = 2$

Marcando estos puntos (Fig. 54) y uniéndolos queda representada la ecuación $2x + 5y = 4$.

En $3x + 2y = -5$, se tiene:

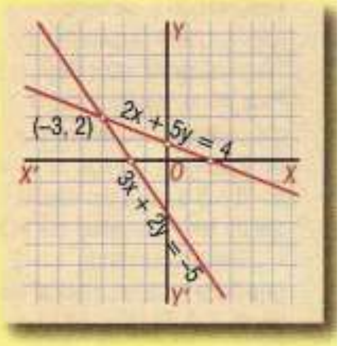
Para $x = 0$, $y = -2\frac{1}{2}$

$y = 0$, $y = -1\frac{2}{3}$

Marcando estos puntos y uniéndolos queda representada la ecuación $3x + 2y = -5$.

La intersección de las dos rectas en el punto $(-3, 2)$. **R.**

Figura 54



RESOLUCIÓN GRÁFICA DE UN SISTEMA DE DOS ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS

Si una recta pasa por un punto, las coordenadas de este punto **satisfacen** la ecuación de la recta. Así, para saber si la recta $2x + 5y = 19$ pasa por el punto $(2, 3)$, hacemos $x = 2$, $y = 3$ en la ecuación de la recta y tenemos:

$$2(2) + 5(3) = 19, \text{ o sea, } 19 = 19$$

luego, la recta $2x + 5y = 19$ pasa por el punto $(2, 3)$.

Recíprocamente, **si las coordenadas de un punto satisfacen la ecuación de una recta, dicho punto pertenece a la recta**.

Sea el sistema $\begin{cases} 2x + 3y = 18 \\ 3x + 4y = 25. \end{cases}$

Resolviendo este sistema se encuentra $x = 3$, $y = 4$, valores que satisfacen **ambas** ecuaciones.

Esta solución $x = 3$, $y = 4$ representa un punto del plano, el punto $(3, 4)$.

Ahora bien, $x = 3$, $y = 4$ satisfacen la ecuación $2x + 3y = 18$; luego, el punto $(3, 4)$ pertenece a la recta que representa esta ecuación, y como $x = 3$, $y = 4$ satisfacen también la ecuación $3x + 4y = 25$, el punto $(3, 4)$ pertenece a **ambas** rectas; luego, necesariamente el punto $(3, 4)$ es la **intersección** de las dos rectas.

Por tanto, la solución de un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas representa **las coordenadas del punto de intersección** de las dos rectas que representan las ecuaciones; luego, resolver gráficamente un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas consiste en hallar **el punto de intersección** de las dos rectas.

1) Resolver gráficamente el sistema $\begin{cases} x+y=6 \\ 5x-4y=12. \end{cases}$

Hay que hallar la intersección de estas dos rectas. Representemos ambas ecuaciones (Fig. 55).

En $x+y=6$, tenemos:

Para $x=0,\quad y=6$

$y=0,\quad x=6$

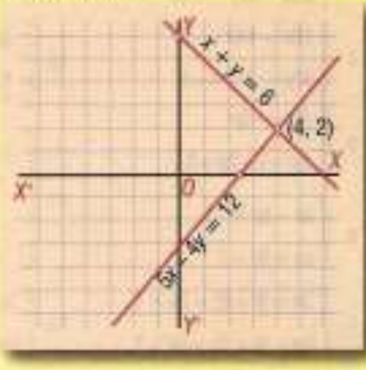
En $5x-4y=12$, tenemos:

Para $x=0,\quad y=-3$

$y=0,\quad x=2\frac{2}{3}$

La intersección es el punto (4, 2) luego la solución del sistema es $x=4$, $y=2$. **R.**

Figura 55



2) Resolver gráficamente el sistema $\begin{cases} 4x+5y=-32 \\ 3x-5y=11. \end{cases}$

Hallemos la intersección de estas rectas (Fig. 56).

En $4x+5y=-32$, se tiene:

Para $x=0,\quad y=-6\frac{2}{5}$

$y=0,\quad x=-8$

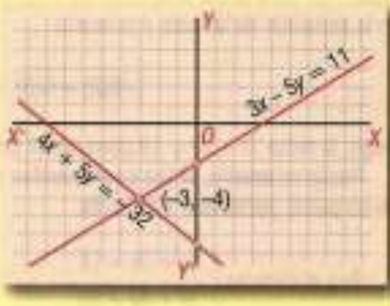
En $3x-5y=11$, se tiene:

Para $x=0,\quad y=-2\frac{1}{5}$

$y=0,\quad x=3\frac{2}{3}$

El punto de intersección es (−3, −4) luego la solución del sistema es $x=-3$, $y=-4$. **R.**

Figura 56



3) Resolver gráficamente $\begin{cases} x-2y=6 \\ 2x-4y=5. \end{cases}$

Representemos ambas ecuaciones (Fig. 57).

En $x-2y=6$ se tiene:

Para $x=0,\quad y=-3$

$y=0,\quad x=6$

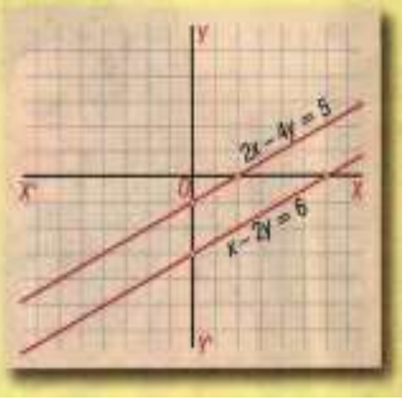
En $2x-4y=5$ se tiene:

Para $x=0,\quad y=-1\frac{1}{4}$

$y=0,\quad x=2\frac{1}{2}$

Las líneas son paralelas, no hay puntos de intersección, luego el sistema no tiene solución; las ecuaciones son *incompatibles*.

Figura 57



Siempre, cuando vamos a resolver algebraicamente, recordar lo siguiente:

Observación: Antes de aplicar cualquier procedimiento algebraico es conveniente realizar primero la representación gráfica de las ecuaciones del sistema para determinar si el sistema tiene o no solución y si tiene solución establecer si es única o no.

ACTIVIDADES

1-Resolver Gráficamente

A: $\begin{cases} x - y = 1 \\ x + y = 7 \end{cases}$

D: $\begin{cases} 3x = -4y \\ 5x - 6y = 38 \end{cases}$

B: $\begin{cases} x - 2y = 10 \\ 2x + 3y = -8 \end{cases}$

E: $\begin{cases} 3x + 4y = 15 \\ 2x + y = 5 \end{cases}$

C : $\begin{cases} 5x - 3y = 0 \\ 7x - \ y = -16 \end{cases}$

C : $\begin{cases} 5x + 2y = 16 \\ 4x + 3\ y = 10 \end{cases}$

Rtas:

- Ejercicio A (4;3)
- Ejercicio B (2,-4)
- Ejercicio C (-3,-5)
- Ejercicio D (4,-3)
- Ejercicio E (1,3)
- Ejercicio F (4,-2)

2- Ejercicios para resolver por Sustitución o Igualación

$\begin{cases} x + y = 2 \\ 5x + y = -2 \end{cases}$ Rta: x= -1 y =3

$\begin{cases} 2x - y = -4 \\ 6x + 2y = 3 \end{cases}$ Rta; x=-1/2 y=3

$\begin{cases} 6x + 3y = -9 \\ x - y = -3 \end{cases}$ Rta. x= -2 y=1

Bibliografía:
Algebra de Baldor- Grupo Ed. Patria
Entre Números III –Ed. Santillana
Matemática 3 –Puerto de Palos

Videos en YouTube sobre el tema

Sistema de ecuaciones por sustitución

https://www.youtube.com/watch?v=LTfv1G2iYuQ
https://www.youtube.com/watch?v=3FHhPLVUt9o

Sistemas por igualación

https://www.youtube.com/watch?v=apPXOlZnRhg
https://www.youtube.com/watch?v=lTRANviJWEY

Consultas

Prof. Silvana Esbry (curso 2°1°) sil_esbry@hotmail.com
Ing. Hugo Mercado (curso 2°2) ingmercadohugo@gmail.com
Lic. Laura León (curso 2°3°) lauleon@unsj-cuim.edu.ar

Director: Prof. Vicente Pirri
CUE 7000129.00_CENS Nº 69 María del Carmen CaballeroVidal_2020_Matemática_ad_guía Nº 8