GUIA PEDAGOGICA DE MATEMATICA N°8

CENS ING. DOMINGO KRAUSE

DOCENTES: DIAS ROXANA, FLORES MARISOL

PRIMER AÑO

TURNO: NOCHE

CONTENIDOS

- ✓ Números racionales: definición, representación y orden
- ✓ Operaciones con números fraccionarios
- ✓ Números decimales: definición, representación y operaciones

PROPUESTA PEDAGOGICA

Números racionales

Los **números racionales** son aquellos que se pueden escribir como fracción.

Se denomina **fracción** al cociente entre dos números naturales *a* y *b* (con *b* distinto de 0).

$\frac{5}{8}$ → numerador / denominador

Queda $\frac{5}{8}$ de torta.

Toda fracción mayor que un entero se puede expresar como **número mixto**.

$\frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

Representación en la recta numérica

Para **representar fracciones en la recta numérica**, se divide cada unidad en tantas partes iguales como indica el denominador y se toman tantas partes como indica el numerador.

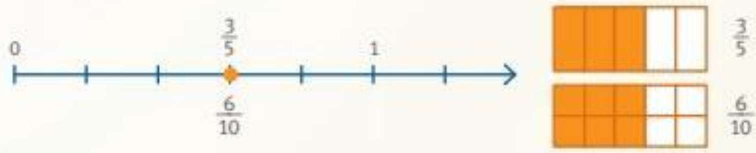
Para representar $\frac{3}{2}$:

Como el numerador es 3, se toman 3 de esas partes.

Como el denominador de la fracción es 2, se divide cada unidad en dos partes iguales.

1) Representa en la recta numérica los siguientes números: ½; 3/5; 9/4 y 4/3

Dos fracciones son **equivalentes** cuando representan el mismo número racional.



Para obtener fracciones equivalentes a una dada, se pueden aplicar estos procedimientos.

Procedimientos para obtener fracciones equivalentes	
Amplificación	**Simplificación**
Se multiplican el numerador y el denominador por un mismo número natural distinto de cero. $\frac{2}{7} \xrightarrow{.\,2} \frac{4}{14}$	Se dividen el numerador y el denominador por un mismo número natural que sea divisor de los dos. $\frac{8}{20} \xrightarrow{:\,4} \frac{2}{5}$ ← *$\frac{2}{5}$ es irreducible porque no se puede simplificar.*

Para **verificar** si dos fracciones son equivalentes, se puede aplicar la propiedad fundamental de las proporciones. Si al multiplicar el numerador de la primera fracción por el denominador de la segunda, se obtiene el mismo resultado que al multiplicar el denominador de la primera por el numerador de la segunda, las fracciones son equivalentes.

$\frac{15}{12}$ *es equivalente con* $\frac{20}{16}$, *porque* $15 \,.\, 16 = 12 \,.\, 20 = 240$

Fracción irreducible

Una fracción es **irreducible** cuando el numerador y el denominador son coprimos, es decir que solo tienen a 1 como divisor común.

$\frac{4}{7}$ *es irreducible porque 4 y 7 son coprimos.*

"Números decimales y fraccionarios"

Una **fracción** representa una **relación** entre dos cantidades.

Agustina quiere pintar las paredes de su casa. Para lograr el color que le gusta, mezcló dos potes rojos con cinco amarillos. ¿Cuál es la fracción que representa la relación entre los potes rojos y amarillos?
La fracción $\frac{2}{5}$ indica que cada dos potes rojos se deben utilizar cinco amarillos.

Si se efectúa la división entre el numerador y el denominador de una fracción, el cociente que se obtiene es la **expresión decimal** de la fracción, que está formada por una parte entera y una parte decimal.

$\frac{5}{10} = 0{,}5$ *"cinco décimos"* $\frac{5}{100} = 0{,}05$ *"cinco centésimos"* $\frac{5}{1000} = 0{,}005$ *"cinco milésimos"*

El denominador de una fracción decimal tiene tantos ceros como lugares decimales tiene la expresión decimal que le corresponde.

Una fracción irreducible tiene una **expresión decimal finita**, cuando los factores primos del denominador son potencias de 2, de 5 o de ambos.

$\frac{3}{2} = \frac{15}{10} = 1{,}5$ $\frac{8}{25} = \frac{32}{100} = 0{,}32$ $\frac{1}{8} = \frac{125}{1000} = 0{,}125$

Existen fracciones que no se pueden escribir como fracción decimal y por lo tanto, no tienen una expresión decimal finita.

$\frac{2}{9}$ no tiene una fracción decimal equivalente, porque uno de sus factores primos (el 3) no es potencia de 2 ni de 5. Por lo tanto, $\frac{2}{9}$ es una **expresión decimal periódica**.

$\frac{2}{9} = 2 : 9 = 0{,}222\ldots = 0{,}\widehat{2}$ ⟶ *Se puede seguir dividiendo infinitamente.*
La expresión tiene infinitas cifras decimales periódicas.

2) Convierta las siguientes expresiones decimales en expresiones fraccionarias

a) 0,33=
b) 1,34=
c) 23,236=
d) 7,003=
e) 8,12098=

3) Convierta las siguientes expresiones fraccionarias en expresiones decimales

a) 7/8=
b) 445/12=
c) 78/23=
d) ¼=
e) 2/3=

Antes de comenzar con las operaciones básicas con números racionales, debemos recordar el cálculo de MCM

El **múltiplo común menor** (mcm) entre dos números es el menor de los múltiplos que tienen en común esos números, sin tener en cuenta el 0.

Algunos múltiplos de 4 son: 0, 4, 8, 12, 16, 20, 24…
Algunos múltiplos de 6 son: 0, 6, 12, 18, 24, 30, 36…

12 es el menor múltiplo que tienen en común.
mcm (4;6) = 12

Para hallar el mcm (12;30) se factorean los números y se eligen los factores para obtener el múltiplo común menor.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 3 \\ 4 & 2 \\ 2 & 2 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$12 = 3 . 2 . 2$

$30 = 2 . 3 . 5$

$$12 . 30 = 3 . 2 . \underbrace{2 . \overbrace{2 . 3 . 5}^{30}}_{12}$$

mcm $(12;30) = 2^2 . 3 . 5 = 60$

Para calcular el mcm se multiplican los factores comunes y no comunes con su mayor exponente.

El **divisor común mayor** (dcm) entre dos números es el mayor de los divisores que tienen en común esos números.

Los divisores de 18 son: 1, 2, 3, 6, 9, 18
Los divisores de 24 son: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

6 es el mayor de los divisores que tienen en común.
dcm (18;24) = 6

Para hallar el dcm (28;98) se factorean los números y se eligen los factores para obtener el divisor común mayor.

$$\begin{array}{r|l} 28 & 2 \\ 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 98 & 2 \\ 49 & 7 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$28 = 2 . \overbrace{2 . 7}$

$98 = \underbrace{2 . 7} . 7$

2 . 7 es divisor común mayor entre 28 y 98.

dcm $(28;98) = 2 . 7 = 14$

Para calcular el dcm se multiplican los factores comunes con su menor exponente.

4) Factoreen los siguientes número y luego halla el MCM

a. 108 | 180 | 392 |

mcm (108;180;392) = ____________

b. 20 | 200 | 2 000 |

mcm (20;200;2 000) = ____________

c. 60 | 36 | 65 |

mcm (60;36;65) = ____________

"Operaciones básicas de números fraccionarios"

Adición y sustracción

Para **sumar** o **restar** dos fracciones de distinto denominador, se buscan fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Para encontrar un denominador común, se busca el múltiplo común menor entre los denominadores.

$$\frac{2}{5}+\frac{1}{4}=\frac{8}{20}+\frac{5}{20}=\frac{13}{20}$$

mcm (5;4) = 20

$$\frac{7}{4}-\frac{5}{6}=\frac{21}{12}-\frac{10}{12}=\frac{11}{12}$$

mcm (4;6) = 12

Los siguientes cálculos se pueden resolver mentalmente.

1 entero son $\frac{5}{5}$ $1+\frac{2}{5}=\frac{7}{5}$

2 enteros son $\frac{14}{7}$ $2-\frac{3}{7}=\frac{11}{7}$

5) Resuelvan las siguientes operaciones

a. $\frac{3}{4}-\frac{1}{2}+\frac{1}{8}=$

b. $\frac{3}{4}-\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\right)$

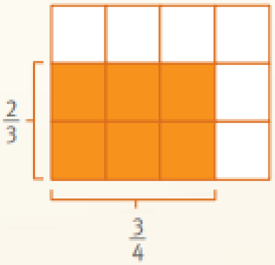
d. $\frac{2}{5}-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=$

c. $\frac{2}{5}+\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=$

e. $\frac{9}{4}-2+\frac{1}{7}=$

Multiplicación y división

Para **multiplicar** dos fracciones, se multiplican los numeradores y los denominadores entre sí.



$$\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{\cancel{2}^{1}\cdot\cancel{3}^{1}}{\cancel{3}_{1}\cdot\cancel{4}_{2}}=\frac{1}{2}$$

Se simplificaron las fracciones que se quiere multiplicar.

$$\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4}=\frac{2.3}{3.4}=\frac{\cancel{6}^{1}}{\cancel{12}_{2}}=\frac{1}{2}$$

Se simplificó la fracción resultado.

En los dos casos se llega al mismo resultado.

Para calcular una **fracción de un entero**, se debe multiplicar el número por el numerador de la fracción y dividirlo por el denominador.

$$\frac{3}{4}\text{ de }1000=\frac{3}{4}\cdot 1000=\frac{3.1000}{4}=750$$

Toda fracción distinta de cero admite un **inverso multiplicativo**. Por ejemplo, el inverso multiplicativo de $\frac{2}{3}$ es $\frac{3}{2}$, porque $\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2}=1$. Para **dividir** dos fracciones, se multiplica la primera fracción por el inverso multiplicativo de la segunda.

$$\frac{3}{4}:\frac{1}{12}=\frac{3}{4}\cdot\frac{12}{1}=9$$

1. Resuelvan las siguientes multiplicaciones.

a. $\frac{8}{15}\cdot\frac{27}{15}=$ ______

b. $\frac{8}{3}\cdot\frac{9}{16}=$ ______

c. $\frac{24}{5}\cdot\frac{30}{9}=$ ______

2. Resuelvan las siguientes divisiones.

a. $\frac{5}{3}:\frac{1}{9}=$ ______

b. $\frac{27}{4}:3=$ ______

c. $\frac{7}{16}:\frac{14}{4}=$ ______