CENS INGENIERO DOMINGO KRAUSE

Guía Nº 6 ÁREA CURRICULAR: Matemática

CURSO: FINES II DOCENTE: Elsa Carolina, Morales

SEMANA del lunes 16 al viernes 27 de noviembre

TEMA: Proporcionalidad: Razón y proporción. Propiedad Fundamental de las proporciones. Aplicaciones de Proporcionalidad. Proporcionalidad Directa e Inversa. Constante de proporcionalidad. Función de proporcionalidad.

CONTENIDOS: Concepto de razón y proporción. Calculo de proporción. Distinguir si es proporcionalidad directa o inversa. Hallar la constante de proporción la función de proporcionalidad.

Razón y Proporción

Se llama **Razón,** entre dos números reales **a** y **b,** al cociente (división) entre ambos, siendo **b≠0.** $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \mathbf{r} \longrightarrow$ **razón**

Ejemplo: $\frac{3}{5} = 0{,}6$ $\frac{0{,}2}{5} = 0{,}04$ $\frac{\frac{2}{5}}{-4} = -0{,}1$

Una **Proporción** es una igualdad entre dos razones: $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}}$ con **b≠0** y **d≠0, a** y **d** se les llaman extremos y **b** y **c** son los medios**.**

Ejemplo: $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ $\frac{7}{2} = \frac{21}{6}$

Propiedad Fundamental de las proporciones (P.F.P)

En toda proporción, el producto de los extremos es igual al producto de los medios. Esto es:

$$\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}} = \frac{\mathbf{c}}{\mathbf{d}} \longrightarrow \mathbf{a \cdot d = b \cdot c}$$

Ejemplo: $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} \longrightarrow 3 \cdot 10 = 5 \cdot 6$

$30 = 30$

Actividades

Observa bien los ejemplos y realiza las actividades

1. Colocar = o ≠ según corresponda en cada caso.

Ejemplo: $\frac{1{,}2}{3}$ $\boxed{=}$ $\frac{2}{5}$ **para poder verificar si los cocientes son iguales o no, debemos aplicar la P.F.P**

1,2 . 5 = 3 . 2
6 = 6

Como los dos resultados son iguales, entonces los cocientes son iguales, por lo tanto, es una proporción.

$\frac{2}{5} \; \square \; \frac{4}{10}$ $\qquad \frac{0,2}{5} \; \square \; \frac{0,8}{20}$ $\qquad \frac{-7}{3} \; \square \; \frac{21}{12}$

2. Hallar el valor de *x* en las siguientes proporciones. No olvides aplicar la P:F:P

Ejemplo: $\frac{3,4}{8} = \frac{x}{4}$

$8 \cdot x = 4 \cdot 3,4$ → **1° aplicamos la P.F.P**

$8 \cdot x = 13,6$ → **2° resolvemos las cuentas**

$x = 13,6 : 8$ → **3° despejamos x, se pasa el 8 dividiendo al otro lado**

$x = 1,7$ → **4° resolvemos y encontramos el valor de x**

a. $\frac{x}{10} = \frac{4}{5}$ b. $\frac{1,2}{8} = \frac{x}{-6}$ c. $\frac{5}{20} = \frac{3}{x}$ d. $\frac{-1}{2,5} = \frac{3}{x}$

La siguiente tabla muestra la distancia recorrida por un automóvil, a una velocidad constante, en función del tiempo:

x (tiempo en hs)	**y** (distancia en km)
2	**150**
4	**300**
6	**450**
8	**600**

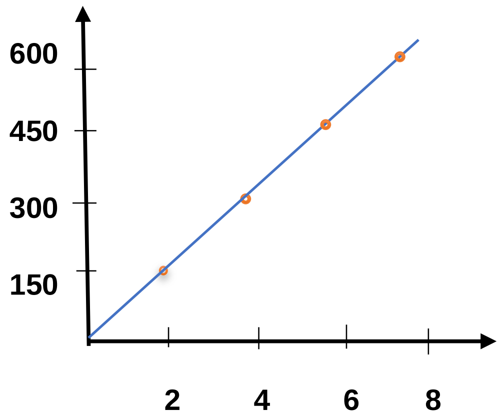
Ahora veremos si es un problema de **proporcionalidad directa,** para ello calculamos la **constante de proporcionalidad,** si en todos los casos da el mismo valor, entonces es una constante de proporcionalidad directa.

La constante la hallamos calculando la razón $\frac{y}{x}$ para los distintos valores de la tabla:

$$\frac{150}{2} = 75 \qquad \frac{300}{4} = 75 \qquad \frac{450}{6} = 75 \qquad \frac{600}{8} = 75$$

Como podemos observar las razones dan el mismo resultado, por lo tanto, es una constante de proporcionalidad directa. Luego la función de proporcionalidad directa es **y = K . x,** donde **K** es la contante de proporcionalidad.

Gráficamente:



Como podemos observar la **Función de Proporcionalidad Directa y = k . x** es una **Función Lineal,** su gráfica es una recta que pasa por el origen de coordenadas (0 , 0).

Función de proporcionalidad inversa

La siguiente tabla muestra el número de personas que intervienen en la compra de un regalo y la cantidad de dinero que aporta cada una de ellas:

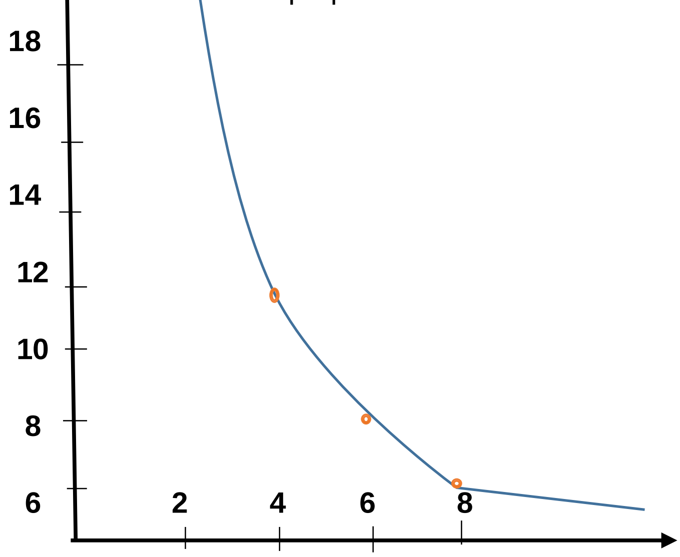
x (tiempo en hs)	**y (**distancia en km)
4	**12**
2	**24**
6	**8**
8	**6**

Ahora veremos si es un problema de **proporcionalidad inversa,** para ello calculamos la **constante de proporcionalidad,** si en todos los casos da el mismo valor, entonces es una constante de proporcionalidad inversa.

La constante la hallamos calculando la razón **x . y** para los distintos valores de la tabla:

4 . 12 = 48 2 . 24 = 48 6 . 8 = 48 8 . 6 = 48

Como podemos observar las razones dan el mismo resultado, por lo tanto, es una constante de proporcionalidad inversa. Luego la función de proporcionalidad inversa es $\mathbf{y = \frac{K}{x}}$, donde **K** es la contante de proporcionalidad. **Gráficamente:**



Elsa Carolina, Morales

Como podemos observar la **Función de Proporcionalidad Inversa** $y = \frac{k}{x}$ es una curva llamada **Hipérbola**.

Actividades

1. Analizar cual de las siguientes tablas corresponden a proporcionalidades. Aclara si es directa o inversa, halla la constante de proporcionalidad, escribe la fórmula de la función de proporcionalidad correspondiente y grafícala:

a.

N° de personas que ganan un premio	Dinero que recibe c/u (millones de $)
10	6
12	5
15	4

b.

Tiempo de Funcionamiento (horas)	Combustible utilizado(litros)
3	15
6	50
8	40

c.

Consumo de Electricidad (Kwh)	Costo bimestral ($)
300	45
400	50
450	60,50

2. Calcula los valores que faltan sabiendo que en **a.** hay proporcionalidad directa y en **b.** hay proporcionalidad inversa. Halla la constante, la función de proporcionalidad y grafícalas.

a.

x	y
6	4
9	…..
…..	10

b.

x	y
35	10
70	……
…..	2,5

Otra forma en que puedes averiguar si una situación problemática o dos magnitudes (todo lo que se puede medir o contar: Kilogramos, metros, gramos, precios, cantidades, etc) son de proporcionalidad directa o inversa es:

- **Proporcionalidad directa**: Las dos magnitudes se comportan del mismo modo, o aumentan o disminuyen al mismo tiempo.
  Por ejemplo: Cantidad y precio
- **Proporcionalidad inversa:** Las dos magnitudes se comportan en forma inversa, si una aumenta la otra disminuye y viceversa.
  Por ejemplo: Cantidad de obreros y tiempo en que realizan el trabajo.

3. En Los problemas de reglas de tres simples se aplica proporcionalidad para poder resolverlos y además es un claro ejemplo donde encontramos situaciones de proporcionalidad directa e inversa.
Observa el ejemplo y resuelve las situaciones problemáticas por proporción.

Ejemplo 1:
"Una caja de 240 cm^3 de volumen pesa 400 g, que volumen tendrá una caja de 100 g"
1° Planteo 400 g —— 240 cm^3
100 g —— **x**
2° Analizamos si es una proporcionalidad directa o inversa
Como sabemos si la caja es más pequeña su volumen disminuye y si es más grande aumenta. Como las dos magnitudes se comportan del mismo modo es una **Proporcionalidad Directa.**
Cuando ya sabemos de que proporcionalidad se trata procedemos a armar la proporción de la siguiente manera:
3° Armamos la proporción

$$\frac{400}{100} = \frac{240}{\mathrm{x}}$$

4° Resolvemos la proporción con la P.F.P

400 . x = 240 . 100
X = 24000 : 400
X = 60
5° Redactamos las respuestas
La caja de 100 g tendrá un volumen de 60 cm^3

Ejemplo 2:
"La garra de una cafetera llena 12 pocillos de 60 ml cada una. ¿Cuántos pocillos de 72 ml podré llenar con la misma jarra?"
1° Planteo 60 ml —— 12 pocillos
72 ml —— **x** pocillos

2° Analizamos si es una proporcionalidad directa o inversa
Como sabemos, si el pocillo es más grande, va a ser menos la cantidad de pocillos que pueda llenar con la misma jarra. Entonces podemos observar que a medida que una magnitud disminuye la otra aumenta. Como las dos magnitudes se comportan de forma inversa tenemos una **Proporcionalidad Inversa.**
3° Armamos la proporción (Como es inversa tengo que invertir el planteo antes de armar la proporción, esto es:
60 ml —— **x** pocillos
72 ml —— 12 pocillos

$$\frac{60}{72} = \frac{\mathrm{x}}{12}$$

4° Resolvemos la proporción con la P.F.P

72 . x = 12 . 60
X = 720 : 72
X = 10

5° Redactamos las respuestas

Podré llenar 10 pocillos de 72 ml

- **a.** Si 200 g de leche entera tiene aproximadamente 116 calorías, ¿Cuántas calorías tienen 375 g?
- **b.** Para cubrir un patio hace falta 60 baldosas cuadradas de 20 cm de lado ¿Cuántas baldosas cuadradas de 25 cm de lado se necesitarán para cubrir el mismo patio?
- **c.** Para decorar un acto de una escuela, se eligen 6 alumnos, que tardarán 4 días en terminarlo ¿Cuántos alumnos habrá que agregar para que esté listo en 3 días?
- **d.** El 25 % de alumnos de un curso reprobaron la materia, si el curso es de 40 alumnos ¿Cuántos alumnos aprobaron? **(Recuerda que el total de algo siempre es representado con el 100%)**
- **e.** Un granjero tiene alimento para sus 12 cerdos durante 18 días. Si vende 3 cerdos ¿Cuántos días durara el mismo alimento?
- **f.** En un barrio se detectan 120 niños con caries. Si representan el 45 % de la población ¿Cuántos niños del barrio no tienen caries?
- **g.** En una fábrica de 80 empleados, solo 63 son casados ¿Cuál es el porcentaje de solteros?
- **h.** El recargo que se aplicó por mora en el pago del servicio eléctrico fue de $120 (5%) ¿Cuál es el monto original sin el recargo?
- **i.** El precio más IVA (21%) de un producto es de $1960 ¿Cuál es el precio sin IVA?
- **j.** De las 200 entradas en venta de una obra de teatro se vendieron el 65% ¿Cuántas entradas quedan sin vender?