

Escuela: C.E.N.S. Héroes de Malvinas

Docente: Elizabeth Lucero

3° año 2ª división Perito Auxiliar en Agroindustria

Turno: Noche

Área Curricular: Matemática

Título de la propuesta: "Aplicando teoremas para encontrar valores de incógnitas en triángulos oblicuángulos"

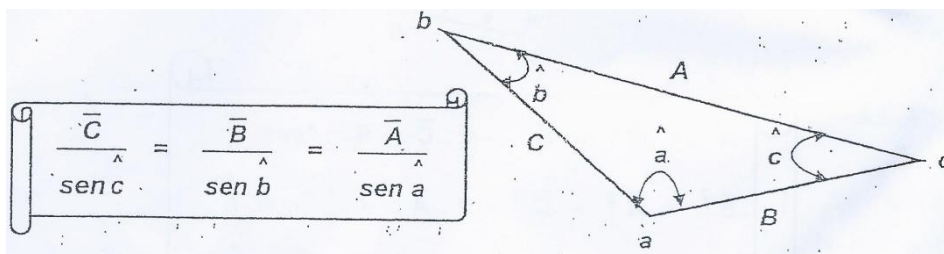
Guía N° 7: Teorema del seno y teorema del coseno

Primera actividad: Lea atentamente.

Los siguientes teoremas relacionan los lados de cualquier triángulo con sus ángulos interiores.

Teorema del seno

"En todo triángulo sus lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos".



Ejemplo 1

Dado el triángulo oblicuángulo abc, calcula el valor de la longitud de los lados $\overline{ab}$ y $\overline{cb}$ (un triángulo es oblicuángulo cuando no tiene ningún ángulo recto).

Datos:

$$\hat{a} = 10^\circ$$

$$\hat{b} = 140^\circ$$

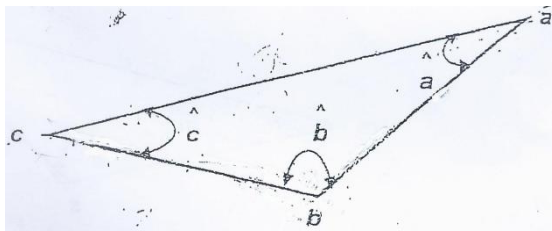
$$\hat{c} = 30^\circ$$

$$\overline{ca} = 37 \text{ cm}$$

Incógnitas:

$$\overline{ab}$$

$$\overline{cb}$$



1º paso: Armamos el teorema del seno en nuestro triángulo (Cada lado dividido en el seno de su ángulo opuesto).

$$\frac{\overline{ab}}{\text{sen } \hat{c}} = \frac{\overline{cb}}{\text{sen } \hat{a}} = \frac{\overline{ca}}{\text{sen } \hat{b}}$$

2º paso: Reemplazamos con los datos dados.

$$\frac{\overline{ab}}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{\overline{cb}}{\text{sen } 10^\circ} = \frac{37 \text{ cm}}{\text{sen } 140^\circ}$$

De esta igualdad de tres, elegimos un par para encontrar el valor de la incógnita que buscamos.

$$\frac{\overline{ab}}{\text{sen } 30^\circ} = \frac{37 \text{ cm}}{\text{sen } 140^\circ}$$

$$\overline{ab} = \frac{37 \text{ cm}}{\text{sen } 140^\circ} \cdot \text{sen } 30^\circ$$

$$\overline{ab} = \frac{37 \text{ cm}}{0,64} \cdot 0,5 = 28,9 \text{ cm}$$

Despejamos $\overline{ab}$ y con la calculadora encontramos su valor.

3º paso: De la misma forma pero eligiendo el otro par encontraremos $\overline{cb}$.

$$\frac{\overline{cb}}{\text{sen } 10^\circ} = \frac{37 \text{ cm}}{\text{sen } 140^\circ}$$

$$\overline{cb} = \frac{37 \text{ cm}}{\text{sen } 140^\circ} \cdot \text{sen } 10^\circ$$

$$\overline{cb} = \frac{37 \text{ cm}}{0,64} \cdot 0,17$$

$$\boxed{\overline{cb} = 9,82 \text{ cm}}$$

Segunda actividad: Encuentra los valores desconocidos.

Datos:

$$\hat{b} = 30^\circ$$

$$\hat{c} = 45^\circ$$

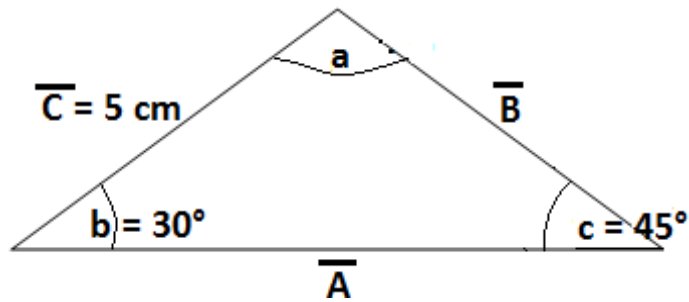
$$\overline{C} = 5 \text{ cm}$$

Incógnitas:

$$\hat{a} =$$

$$\overline{A} =$$

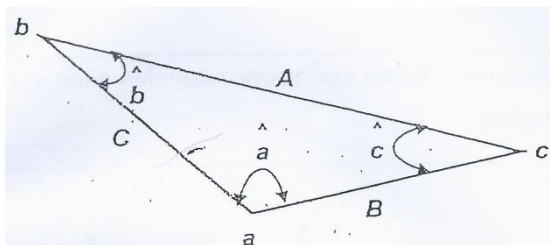
$$\overline{B} =$$



Recuerda que a $\hat{a}$ lo
puedes encontrar usando
 $\hat{a} + \hat{b} + \hat{c} = 180^\circ$

Teorema del coseno

“El cuadrado de la longitud de un lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de las longitudes de los otros dos lados menos el doble producto de las longitudes de dichos lados por el coseno del ángulo que forman”.



Se puede armar una ecuación con cada lado

$$\bar{A}^2 = \bar{C}^2 + \bar{B}^2 - 2 \cdot \bar{C} \cdot \bar{B} \cdot \cos \hat{a}$$

$$\bar{B}^2 = \bar{A}^2 + \bar{C}^2 - 2 \cdot \bar{A} \cdot \bar{C} \cdot \cos \hat{b}$$

$$\bar{C}^2 = \bar{A}^2 + \bar{B}^2 - 2 \cdot \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot \cos \hat{c}$$

Ejemplo 2:

En el triángulo mrs halla la longitud $\overline{rs}$ y la amplitud del ángulo $\hat{r}$.

Datos:

$$\overline{mr} = 5 \text{ cm}$$

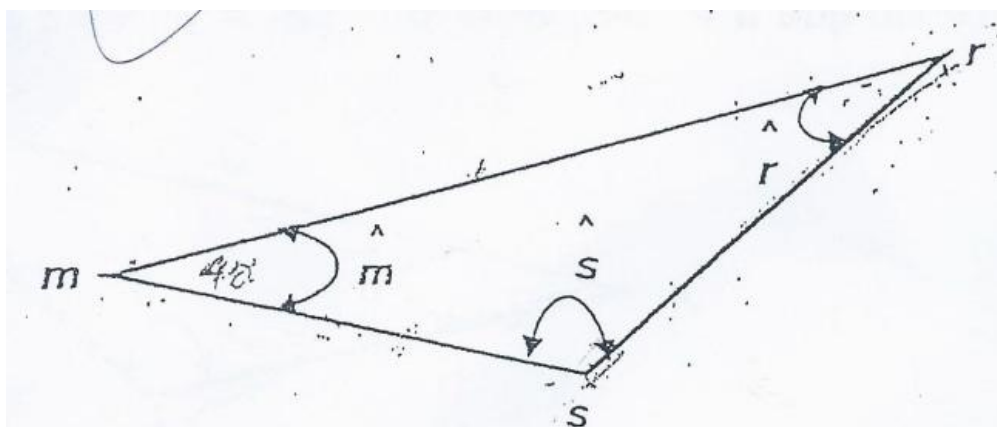
$$\overline{ms} = 7 \text{ cm}$$

$$\hat{m} = 48^\circ$$

Incógnitas:

$$\overline{rs} = ?$$

$$\hat{r} = ?$$



En este caso armamos el teorema del coseno para el lado opuesto al ángulo que tenemos de dato. Es decir el lado $\overline{rs}$

$$\overline{rs}^2 = \overline{mr}^2 + \overline{ms}^2 - 2 \cdot \overline{mr} \cdot \overline{ms} \cdot \cos \hat{m}$$

$$\overline{rs}^2 = (5 \text{ cm})^2 + (7 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm} \cdot \cos 48^\circ$$

Reemplazamos con los datos

$$\overline{rs} = \sqrt{27,16 \text{ cm}^2}$$

Resolvemos y despejamos $\overline{rs}$

$$\overline{rs} = 5,21 \text{ cm}$$

$$\overline{ms}^2 = \overline{mr}^2 + \overline{rs}^2 - 2 \cdot \overline{mr} \cdot \overline{rs} \cdot \cos \hat{r}$$

$$(7 \text{ cm})^2 = (5 \text{ cm})^2 + (5,21 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 5 \text{ cm} \cdot 5,21 \text{ cm} \cdot \cos \hat{r}$$

$$49 \text{ cm}^2 = 25 \text{ cm}^2 + 27,14 \text{ cm}^2 - 52,1 \text{ cm}^2 \cdot \cos \hat{r}$$

$$49 \text{ cm}^2 = 52,14 \text{ cm}^2 - 52,1 \text{ cm}^2 \cdot \cos \hat{r}$$

$$49 \text{ cm}^2 - 52,14 \text{ cm}^2 = -52,1 \text{ cm}^2 \cdot \cos \hat{r}$$

$$-3,14 \text{ cm}^2 = -52,1 \text{ cm}^2 \cdot \cos \hat{r}$$

$$\frac{-3,14 \text{ cm}^2}{-52,1 \text{ cm}^2} = \cos \hat{r}$$

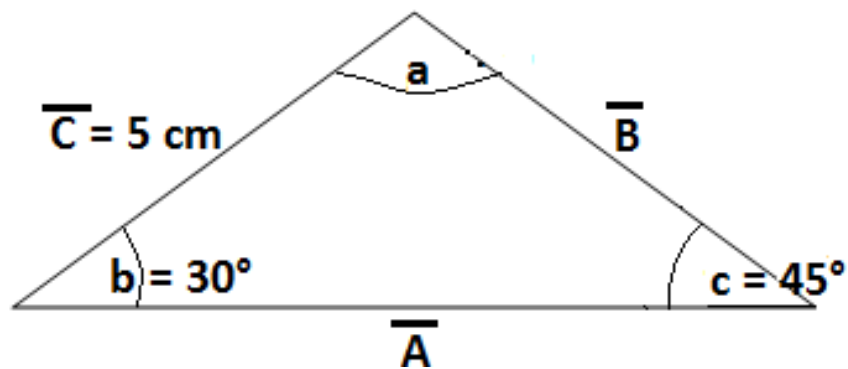
$$0,06 = \cos \hat{r}$$

$$\cos^{-1} 0,06 = \hat{r}$$

$$86^\circ 32' 41'' = \hat{r}$$

Para encontrar el ángulo $\hat{r}$, armamos el teorema para el lado opuesto al ángulo que buscamos.

Tercera actividad: Encuentra el lado y el ángulo desconocido.



Directivo de la institución: Juan Manuel Núñez

Docente: Elizabeth Lucero