Guía Pedagógica – Nivel Secundario. EPET N°7

Espacio curricular: Matemática

Cursos: 3° 1era y 3°2da Turno Mañana. Ciclo básico-3°3era Turno Tarde. Ciclo básico.

Docentes: Espinosa, M. Clara, Alicia Rueda, Andrea Ortiz

Objetivos:

- Reconocer los números racionales e irracionales.
- Realizar cálculos de manera correcta.
- Realizar cálculos de irracionales con método gráfico.
- Reconocer números racionales e irracionales.

Tema: Números Reales.

Contenidos:

- Números Reales definición.
- Reales en la recta numérica
- Intervalos en la recta
- Densidad
- Calculo de irracionales con método gráfico.

Capacidades a desarrollar:

- Conocer los conjuntos numéricos, incluyendo los números reales.
- Conocer y aplicar distintas formas de cálculo.
- Comparar números racionales e irracionales.

Recursos:

- Guía Pedagógica
- Calculara
- Cuaderno, regla, lápiz

Clase 1: NUMEROS REALES

Cuando se realizan mediciones, por ejemplo de longitud, se pueden efectuar aproximaciones tan precisas como se desee, usando para expresarlas únicamente números fraccionarios. Esto es posible porque, por pequeña que sea su distancia sobre la recta numérica, entre dos números racionales existen infinitos otros racionales, y siempre existirá alguno que brinde la aproximación deseada.

Los números que pertenecen al conjunto de los racionales están tan próximos entre sí en la recta numérica que puede parecer que allí no caben más puntos que los racionales. Sin embargo, ya conoces otros números que también tienen su ubicación en la recta numérica como **π** (pi) o√2 (raíz cuadrada de 2) y que no son números racionales, porque no pueden expresarse como cociente entre dos números enteros.

Esos números reciben el nombre de números irracionales.

Los números racionales junto con los irracionales constituyen el conjunto de los números reales.

Ya aprendiste a representar números racionales en la recta numérica. Valiéndote de ese tipo de representación, podrás determinar las relaciones de orden que existen entre los números racionales.

Dibujá en una hoja cuadriculada (apaisada), una familia de rectas de la siguiente manera:

1.1 En la primera de ellas, tomando como unidad 12 lados de cuadraditos, representa los números racionales enteros -2, -1, 0, 1 y 2.

Marca claramente el punto sobre la recta que corresponde a cada uno de ellos.

1.2. Debajo de la recta que dibujaste, haz otra recta igual a la anterior marcando, además, los puntos medios de cada unidad de modo que correspondan a los números racionales:

$$-\frac{4}{2},\ -\frac{3}{2},\ -\frac{2}{2},\ -\frac{1}{2},\ 0,\ \frac{1}{2},\ \frac{2}{2},\ \frac{3}{2},\ \frac{4}{2}$$

1.3. De esta manera, dibuja en la misma hoja otras rectas con unidad un tercio, un cuarto, un quinto, un sexto, un séptimo, un octavo, un décimo, un doceavo y, por último, un veinteavo.

Tenés que trabajar con mucha precisión para lograr que queden encolumnadas las fracciones equivalentes.

1.4. Observando las rectas que dibujaste, copiá y respondé las siguientes preguntas en tu carpeta:

a. Si apoyás la regla verticalmente sobre el número racional 1 (recordá que además de racional, el número 1 también es entero y natural) ¿qué otros números aparecen alineados verticalmente con él?

b. ¿Y si hacés lo mismo de manera que la regla pase por el racional?

c. ¿ es mayor, menor o igual que ?

d. ¿ es mayor, menor o igual que ?

f. ¿ es mayor, menor o igual que ?

g. Dadas dos fracciones de igual denominador, ¿cuál es la mayor?

h. Y de dos fracciones de igual numerador, ¿cuál es la mayor?

i. ¿Es verdadero o falso que un número racional negativo es siempre menor que uno positivo?

Fundamentá tus respuestas.

Clase 2: NUMEROS REALES

2. Copiá las siguientes fracciones en tu carpeta:

- $\frac{3}{4} < \ldots\ldots\ldots < \frac{5}{4}$
- $-\frac{1}{2} < \ldots\ldots\ldots < 0$
- $\frac{6}{5} < \ldots\ldots\ldots < \frac{7}{5}$
- $\frac{7}{6} < \ldots\ldots\ldots < \frac{8}{6}$
- $\frac{3}{4} < \ldots\ldots\ldots < \frac{3}{3}$
- $-\frac{11}{8} < \ldots\ldots\ldots < -\frac{10}{8}$
- $-\frac{1}{7} < \ldots\ldots\ldots < \frac{1}{7}$
- $-\frac{1}{8} < \ldots\ldots\ldots < \frac{1}{12}$

Teniendo en cuenta las rectas numéricas que dibujaste en la actividad 1, intercalá una fracción entre cada par. Si no encontrás una fracción intermedia en una misma recta, fijate en las otras.

> Habrás observado que, a veces, se puede intercalar una fracción entre otras dos de igual denominador, por ejemplo: $\frac{3}{4} < \frac{4}{4} < \frac{5}{4}$. En otros casos basta buscar una fracción que esté a la derecha de la primera y a la izquierda de la segunda. Por ejemplo, entre $\frac{7}{6}$ y $\frac{8}{6}$ se pueden intercalar $\frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \frac{9}{7}, \frac{10}{8}, \frac{12}{10}, \frac{13}{10}, \frac{15}{12}, \frac{24}{20}, \frac{25}{20}, \ldots$

2.2. Verificá la afirmación que acabás de leer usando la calculadora.

2.3. Respondé en tu carpeta: ¿se podría seguir intercalando fracciones con mayor denominador? ¿Por qué?

2.4. Escribí en tu carpeta seis o siete fracciones de las que pueden intercalarse entre:

$\frac{13}{16}$ y $\frac{13}{7}$

Por pequeño que sea el intervalo entre dos números racionales, es decir, por pequeña que sea la distancia entre ellos, siempre existen entre ambos, otros números racionales. Es decir, que entre dos números racionales cualesquiera, por próximos que estén, se pueden intercalar tantos racionales como se quiera. Esta propiedad característica de los números racionales se llama ***densidad****. Significa que entre dos números racionales cualesquiera hay infinitos otros. Por eso se dice que el conjunto de los números racionales es* ***denso****.*

Clase 3: NUMEROS REALES

En esta actividad vas a trabajar con la expresión decimal de los números racionales. Esto te permitirá distinguirlos de aquellos números que no son racionales.

3.1. Observá los siguientes ejemplos:

- $\frac{5}{4} = 1{,}2500000...$
- $\frac{13}{99} = 0{,}1313131313...$
- $\frac{12}{4} = 3{,}000000...$
- $\frac{131}{90} = 1{,}45555555...$

Seguramente, recordarás que una fracción siempre indica una división. Al efectuarla, se obtiene el desarrollo decimal correspondiente a ese número racional.
En los ejemplos que observaste, todos estos desarrollos de números racionales tienen una característica en común, son expresiones periódicas, porque tienen una o más cifras decimales que se repiten indefinidamente y se denominan *período*.
Los dos primeros ejemplos son expresiones decimales exactas, porque su período es cero. El tercer ejemplo es un desarrollo decimal periódico con período 13. El último ejemplo es un desarrollo decimal periódico con período 5.
Esta periodicidad distingue a los números racionales de aquellos otros que no lo son.

3.2 Usá la calculadora o hacé las cuentas de dividir necesarias para hallar el desarrollo decimal de las siguientes fracciones:

$$\frac{3}{5}, \frac{7}{8}, \frac{13}{2}, \frac{17}{6}, \frac{23}{7}, \frac{4}{9}, \frac{45}{100}$$

3.2.a. Completá la siguiente tabla:

Fracción	Desarrollo decimal	Período de desarrollo decimal
$\frac{3}{5}$		
$\frac{7}{8}$		
$\frac{13}{2}$		
$\frac{17}{6}$		
$\frac{23}{7}$	3,285714285714	285714
$\frac{4}{9}$		
$\frac{45}{100}$		

*Existen números para los que es imposible encontrar una expresión decimal exacta o periódica, con período distinto de cero: son los **números irracionales**. Por ejemplo, $\sqrt{2}$.*

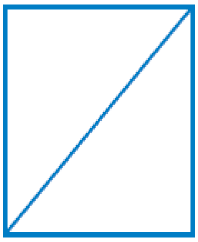
Clase 4: NUMEROS REALES

Ya trabajaste sobre la recta numérica para representar números racionales, incluidos los números naturales y los números enteros.

Ahora, aprenderás a ubicar sobre la recta real a los números irracionales. Leé el siguiente párrafo y cópialo en tu carpeta:

Para hallar la medida de la diagonal de un cuadrado de lado 1 (la llamaremos **x**) se puede aplicar la propiedad pitagórica:

$$1^2 + 1^2 = 1 + 1 = x^2$$
$$2 = x^2$$
$$\sqrt{2} = x$$

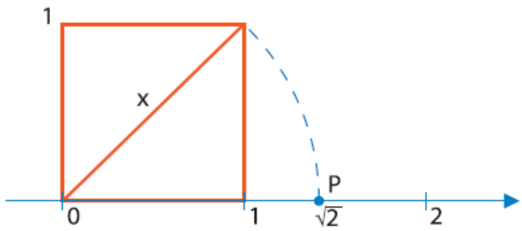


El valor de la diagonal x es entonces un número mayor que 1 y menor que 2; se escribe $\sqrt{2}$, se lee *raíz cuadrada de dos* y es un número irracional cuyo cuadrado es 2.

Para ubicar en la recta numérica el punto que corresponde a $\sqrt{2}$ podés recurrir a un procedimiento geométrico.

1. Trazá en tu carpeta una recta numérica tomando como unidad el lado del cuadrado.

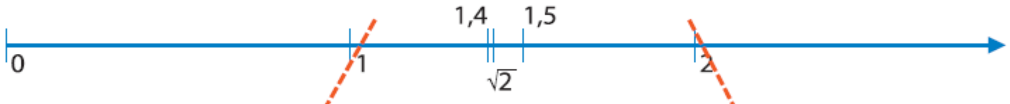
2. Usá el compás para transportar sobre la recta, a partir de 0, la longitud de la diagonal. Observá que la diagonal es mayor que 1 y menor que 2 y el punto que corresponde a $\sqrt{2}$ está ubicado entre 1 y 2.



En el punto **2** de la consigna anterior comprobaste geométricamente que el punto correspondiente a $\sqrt{2}$ se encuentra entre los que representan a 1 y 2.

Para determinar exactamente el lugar que corresponde a un número irracional sobre la recta numérica, por ejemplo $\sqrt{2}$, conviene encontrar su valor numérico con mayor precisión. El punto correspondiente a $\sqrt{2}$ se encuentra con seguridad sobre la recta numérica, entre los que representan a 1 y 2, ya que $1^2 = 1$, $(\sqrt{2})^2 = 2$ y $2^2 = 4$.

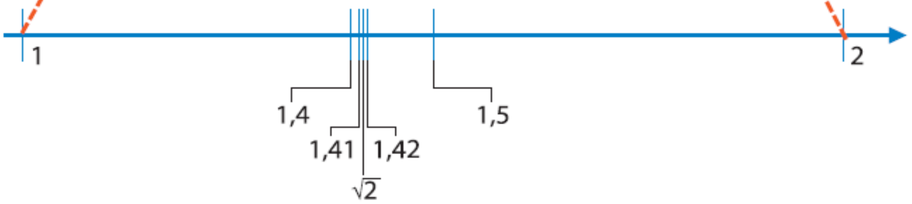
Entonces, el punto $\sqrt{2}$ se encuentra entre los que corresponden a 1,4 y 1,5.



Se puede encontrar un intervalo todavía más pequeño en el cual también se encuentre $\sqrt{2}$:

> 1,41 x1,41 = 1,9881 demasiado pequeño.
> 1,42 x1,42 = 2,0164 demasiado grande.

Entonces, el punto correspondiente a $\sqrt{2}$ se encuentra entre los que corresponden a 1,41 y 1,42.



4.1 Halla gráficamente y corrobora el resultado con la calculadora:

$\sqrt{5}$ y $-\sqrt{10}$. Describí con tus palabras la justificación del procedimiento empleado.