

Escuela:	Centro Educativo de Nivel Secundario (CENS) N° 69 “María del Carmen Caballero Vidal”.
Docentes:	Prof. Silvana ESBRY (sil_esbry@hotmail.com)
	Lic. Wilson MONTIGEL (wilmontig@gmail.com)
	Lic. Roberto O. R. MADUEÑO (rorm60@gmail.com)
Año:	Tercero (3ero)
Divisiones:	Primera (1era.); Segunda (2da.) y Tercera (3era.)
Turno:	Nocturna
Área Curricular:	MATEMÁTICA FINANCIERA (Guía Pedagógica N° 4)
Título de la Propuesta:	Monto a Interés “Compuesto”. Tasa de Interés Efectiva (i').

Contenidos.

- Definición del Interés Compuesto. Valor futuro del dinero. Capitalización de los Intereses. Valor presente o actual a interés compuesto.
- Tasas de Interés Efectiva (i'). Interpretación y fórmula de aplicación.

Acciones.

- Identificar los conceptos básicos.
- Reconoce un nuevo campo de aplicación.
- Relaciona los diferentes campos de acción.
- Reconocer y relacionar información.
- Aplicar los conocimientos teóricos financieros para la resolución de planteos tendientes a obtener el mayor rendimiento del capital en el sistema financiero.
- Resolver problemas.
- Toma decisiones

Centro Educativo de Nivel Secundario (CENS) N° 69 "María del Carmen Caballero Vidal". CUE N° 7000 – 129. ANEXO 00.

MONTO (Cn) A INTERÉS COMPUESTO.

Concepto: La noción de interés compuesto (IC) se refiere al beneficio (o costo) del capital principal a una tasa de interés durante un cierto periodo de tiempo, en el cual los intereses obtenidos al final de cada periodo no se retiran, sino que se añaden al capital principal.

Pues, los intereses que se generan en un período, se irán sumando al Capital Original (Co), periodo a periodo. De esta forma, se crea valor no sólo sobre el capital inicial sino sobre el producto resultante de los intereses producidos previamente. Es decir, se van acumulando los intereses obtenidos para generar más intereses. Por el contrario, el interés simple (IS) no acumula los intereses generados.

Por tanto, a diferencia del interés simple (IS), el interés compuesto (IC) se basa en la capitalización de intereses, conllevando un crecimiento exponencial. Ello, gráficamente, muestra que mientras el interés simple tenía un crecimiento lineal, el crecimiento del interés compuesto es exponencial.



CAPITALIZACIÓN A INTERÉS COMPUESTO

$$Cn = Co \cdot (1 + i)^n$$

Atención: para elevar a la potencia con la calculadora, primero sumar $(1+i)$ y, posteriormente, presione la tecla x^y o y^x o la tecla $\wedge$, para elevar a la "n".

Monto (Cn). Fórmula que posibilita el cálculo del monto o valor final, cuyo valor en (\$) contiene Capital Original (Co) MÁS Interés (I). **En este caso $(1+i)^n$ es un "Factor de Capitalización"**

$$Co = Cn \cdot \frac{1}{(1 + i)^n}$$

Fórmula que permite el cálculo del Capital Original (Co) o valor inicial, teniendo como datos el Monto (Cn), Tasa de Interés (i) y el Tiempo (n). **En este caso, $\frac{1}{(1+i)^n}$ es un "Factor de Actualización"**

Centro Educativo de Nivel Secundario (CENS) N° 69 "María del Carmen Caballero Vidal". CUE N° 7000 – 129. ANEXO 00.

Gráfica de Línea de Tiempo: Capitalización y Actualización



$$i = \sqrt[n]{\frac{Cn}{Co}} - 1$$

Fórmula que permite el cálculo de la Tasa de Interés (i).

$$n = \frac{\log Cn - \log Co}{\log (1 + i)}$$

Fórmula que posibilita el cálculo del tiempo (n).

Concepto de la "Capitalización de los Intereses"

A la luz de los conceptos vertidos, debe señalarse que es muy importante entender cabalmente la CAPITALIZACIÓN DE LOS INTERESES, es decir, la coordinación perfecta de Tasa de Interés (i) y el Tiempo (n).

CAPITALIZACIÓN, significa "cuántas veces en el período, por ej: un año, se calcularán los intereses sobre el Capital. Para comprender el mecanismo, se exponen los siguientes ejemplos:

☞ capitalización semestral, con una tasa de interés anual del 10%, en un año, resultaría que el factor de capitalización o de actualización, es:

$r = 10\%$ anual; $i = \frac{10}{100} = 0,10$ *anual*; pero, la Capitalización es Semestral, por tanto $i = 0,10/2$ (semestres del año) = 0,05 semestral.

$n = 1$ año; pero, la Capitalización es Semestral, entonces $n = 2$ (semestres) que tiene el año; entonces el factor de capitalización $(1 + 0,05)^2$ o de actualización $\frac{1}{(1+0,05)^2}$.

☞ capitalización trimestral, período 16 meses, tasa de interés anual del 16%, entonces:

$r = 16\%$ anual; $i = \frac{16}{100} = 0,16$ *anual*; pero, la Capitalización es trimestral, por tanto $i = 0,16/4$ trimestres/año = 0,04 trimestral.

$n = 16$ meses; pero, la Capitalización es trimestral (cada tres meses se calculan los intereses sobre el capital); si el año tiene cuatro (4) trimestres, entonces $n = 16/4 = 4$ trimestres; entonces el factor de capitalización $(1 + 0,04)^4$ o de actualización $\frac{1}{(1+0,04)^4}$.

Ejercicios de Aplicación Práctica. (Prestar atención a la forma de capitalización de los intereses, en cada planteo)

ATENCIÓN: la clave que posibilitará entender y resolver el problema, es el modo de la "Capitalización de los Intereses", bien sea esta: "diaria", "mensual", "bimestral", "trimestral", "cuatrimestral", "semestral" o "anual".

Centro Educativo de Nivel Secundario (CENS) N° 69 “María del Carmen Caballero Vidal”. CUE N° 7000 – 129. ANEXO 00.

1. Se deposita la suma de \$ 140.000 en un Banco, por un período de 150 días a una tasa del 1,2% mensual, con capitalización mensual; ¿cuál será el valor final o monto?

RESOLUCIÓN:

Extracción de Datos:	Análisis:	Resolución:
Co = \$ 140.000 n = 150 días i = 0,012 Mensual Capitalización “mensual” Cn = ¿?	n = 150 días que equivalen a 5 meses (150 días / 30 días del mes) i = 0,012 mensual	$Cn = Co (1 + i)^n = \$ 140.000 \times (1+0,012)^5$ $Cn = \$ 140.000 \times 1,012^5 = \$ 140.000 \times 1,0614573$ Cn = \$ 148.604

2. Se deposita la suma de \$301.000, durante un año a una tasa de interés del 10% anual, capitalizables mensualmente; ¿cuál será el valor final o monto?

RESOLUCIÓN:

Extracción de Datos:	Análisis:	Resolución:
Co = \$ 301.000 n = 1 año i = 0,10 Anual Capitalización “mensual” Cn = ¿?	n = 1 año = 12 meses del año i = 0,10 anual, Pero la Capitalización es “mensual”, por tanto, debemos transformar la tasa de interés anual a mes. i = (0,10 anual / 12 meses = 0,00833 mensual	$Cn = Co (1 + i)^n = \$ 301.000 \times (1+0,00833)^{12}$ $Cn = \$ 301.000 \times 1,00833^{12} = \$ 301.000 \times 1,104713$ Cn = \$ 332.518,63

3. Un empresario necesita cancelar, dentro de un año, una deuda de \$ 1.400.000 (objetivo financiero –OF–).

Si el empresario negocia, la suma de \$ 1.235.000 con un Banco, por un período de un año y a una tasa del 18% anual con capitalización cuatrimestral, ¿alcanzará el objetivo financiero deseado, al cabo del año?, o bien, ¿cuál será el Capital Inicial que debe negociar en el Banco, para obtener la suma indicada al final del período?

RESOLUCIÓN:

Extracción de Datos:	Análisis:	Resolución:
OF: \$ 1.400.000 Co = \$ 1.235.000 n = 1 año i = 0,18 Anual Capitalización “cuatrimestral” Cn = ¿?	n = 1 año = 3 cuatrimestres i = 0,18 anual, Pero la Capitalización es “cuatrimestral”, por tanto, debemos transformar la tasa de interés anual a cuatrimestre. i = (0,18 anual / 3 cuatrimestres = 0,06 cuatrimestral	$Cn = Co (1 + i)^n = \$ 1.235.000 \times (1+0,06)^3$ $Cn = \$ 1.235.000 \times 1,06^4 = \$ 1.235.000 \times 1,191016$ Cn = \$ 1.470.904. Efectuando la inversión en el circuito financiero de \$ 1.235.000, logra superar el Objetivo Financiero.
Extracción de Datos:	Análisis:	Resolución del Capital necesario:
OF: \$ 1.400.000 Cn = \$ 1.400.000 n = 1 año i = 0,18 Anual Capitalización “cuatrimestral” Co = ¿?	n = 1 año = 3 cuatrimestres i = 0,18 anual, Pero la Capitalización es “cuatrimestral”, por tanto, debemos transformar la tasa de interés anual a cuatrimestre. i = (0,18 anual / 3 cuatrimestres = 0,06 cuatrimestral	$Co = Cn \cdot \frac{1}{(1+i)^n} = \$ 1.400.000 \times \frac{1}{1,191016}$ $Co = \$ 1.400.000 \times 0,839619 = \$ 1.175.467$; es el Capital que se necesita para alcanzar el OF.

4. Se desea conocer el valor final de \$ 455.000, colocados a una TNA del 36%, por un período de 2 años, cuya capitalización de los intereses es trimestral. **RPTA.: \$ 906.616**
5. El Gerente de un Fondo de Inversión expresa que, en el día de la fecha, aceptó un depósito equivalente a 1/4 de \$ 3.600.000, a una tasa de interés del 9% semestral con capitalización mensual, por un período de 240 días, cuyo valor al final del período

Centro Educativo de Nivel Secundario (CENS) N° 69 "María del Carmen Caballero Vidal". CUE N° 7000 – 129. ANEXO 00.

asciende a la suma de \$ 1.140.093. El Sr. Gerente, ¿estará en lo cierto? **RPTA.: \$ 1.013.843; el Sr. Gerente, no está en lo cierto.**

6. Hace 210 días un empresario colocó en el Mercado Financiero la suma de \$ 2.100.000, recibiendo un valor final equivalente a $1/7$ más al capital inicial depositado. El empresario pregunta, ¿cuál es la TNA por la que se llevó a cabo la negociación financiera, conociendo que la capitalización de los intereses, fue mensual?
- RESOLUCIÓN:**

Extracción de Datos:	Análisis:	Resolución:
$C_o = \$ 2.100.000$ $C_n = \$ 2.100.000 + 1/7$ $n = 210$ días $i = ?$ Capitalización "mensual"	$n = 210$ días = (210/30 días del mes) $n = 7$ meses $C_n = [\$ 2.100.000 + (\$ 2.100.000 / 7)]$ La ecuación expresada es: $\$ 2.100.000 / 7 = \$ 300.000$ $C_n = \$ 2.100.000 + \$ 300.000$ $C_n = \$ 2.400.000$	$i = \sqrt[n]{\frac{C_n}{C_o}} - 1 = i = \sqrt[7]{\frac{\$ 2.400.000}{\$ 2.100.000}} - 1 =$ $i = \sqrt[7]{1,14285714} - 1 =$ $i = 1,01925 - 1 = 0,01925$ $i = 0,01925$ al emplearse MESES, 0,01925 es un valor MENSUAL, que multiplicado por 100, obtendremos $(0,01925 \times 100) = 1,925\%$ por MES, que al multiplicarlo por los 12 meses del año, resulta que $(1,925\% \times 12 \text{ meses}) = 23,10\%$ ANUAL

Atención: para efectuar el cálculo de $\sqrt[n]{\frac{C_n}{C_o}}$ con la calculadora, primero es necesario realizar la división de $\frac{C_n}{C_o}$; al número obtenido debe aplicársele la RAÍZ cuadrada, cúbica, según el caso. En el ejercicio anteriormente resuelto debemos obtener $\sqrt[7]{1,14285714}$. Para ello, se incorpora en la calculadora el número 1,14285714, luego se presiona la tecla $\sqrt[y]{x}$ y, posteriormente, se incluye el número 7 y se presiona la tecla igual (=).

O bien, ejecutar la división $1/7 = 0,14285$ (anotarlo en la hoja y borrar en la calculadora), posteriormente se incorpora el número 1,14285714 y se lo eleva presionando la tecla x^y o y^x o la tecla $^$ al número 0,14285; luego la tecla igual (=), llegando así al número 1,01925.

7. Hoy, Usted retiró del Banco Galicia S.A., la suma de \$ 550.000 por haber colocado por 180 días, un capital de \$ 510.000. Se desea conocer la TNA al que fue negociado el capital, sabiendo que la capitalización de los intereses es semestral. **RPTA.: TNA DEL 15,68%**
8. Usted, es propietario de un inmueble adquirido hace 7 años, cuyo valor presente es en dólares estadounidenses US\$ 70.000. Se desea conocer el valor de adquisición, en pesos argentinos, del inmueble, considerando que la TNA es del 16% y la capitalización es trimestral. (Considere que un dólar estadounidense US\$ 1 = \$ 100). **RPTA.: \$ 2.334.342**
9. ¿Cuál será la capitalización que soporta un capital de \$ 900.000, si se lo negociara a una TNA del 32%, capitalizable diariamente, colocado por un período de 85 días? **RPTA.: \$ 959.600**
10. Usted recibe, en el día de la fecha, el resumen de su Tarjeta de Crédito que refleja una deuda de \$ 12.300 y un pago mínimo de \$ 2.300. Si decidiese abonar el importe que responde al pago mínimo y no efectuar ninguna compra, en un período de 35 días, a una

Centro Educativo de Nivel Secundario (CENS) N° 69 "María del Carmen Caballero Vidal". CUE N° 7000 – 129. ANEXO 00.

TNA del 90%, capitalizable diariamente ¿a cuánto ascenderá la deuda con la Tarjeta de Crédito, al final del período? **RPTA.: \$ 10.900,19**

TASA DE INTERÉS EFECTIVA (i')

En el Mercado de Capitales, existen situaciones financieras en que para un período de tiempo, por ej.: 1 año, nos fijamos una TNA del 16%. Sin embargo, si en las "condiciones contractuales" nos indican que existen durante el transcurso de año MÁS de una CAPITALIZACIÓN. Por ej.: cada 3 meses (trimestral). Por tanto, la Tasa de Interés EFECTIVA (i'), digamos de un crédito, resultará superior a la TNA del 16% original, toda vez que deberemos expresar:

$i' = \left(1 + \frac{i}{k}\right)^{k \cdot n} - 1$; la fórmula es para el cálculo de la TASA EFECTIVA. En el señalado ej., tendremos que $i' = \left(1 + \frac{0.16}{4}\right)^{1 \times 4} - 1 = 1,17 - 1 = 0,17 \times 100 = 17\% \text{ TEA}$

Nomenclatura: "i", es la Tasa de Interés Nominal Anual (TNA); "k", número de capitalizaciones en el período "n", en este caso en particular "k" es trimestral (cuatro -4- trimestres en el año) y "n", es un (1) año, que es el tiempo original.

Otros Ejemplos: Usted obtiene por una operación comercial una TNA del 38%, por un plazo de un año. Si la capitalización de los intereses es mensual ¿cuál es la TASA EFECTIVA que Usted pagaría?

$i' = \left(1 + \frac{0.38}{12}\right)^{1 \times 12} = (1 + 0,03166)^{12} = 1,03166^{12} = 1,4536 - 1 = 0,4536 \times 100 = 45,36\% \text{ TEA (tasa efectiva anual -TEA-)}$

Tomemos, por ej.: los ejercicios Nros. 2 y 3 de la presente guía pedagógica: (Obsérvese la resolución, si se preguntase ¿cuál es la TASA EFECTIVA ANUAL? -TEA-)

Ejercicio 2: $i' = \left(1 + \frac{0.10}{12}\right)^{1 \times 12} = (1 + 0,00833)^{12} = 1,00833^{12} = 1,10471 - 1 = 0,10471 \times 100 = 10,47\% \text{ TEA (tasa efectiva anual -TEA-)}$

Ejercicio 3: $i' = \left(1 + \frac{0.18}{3}\right)^{1 \times 3} = (1 + 0,06)^3 = 1,06^3 = 1,1910 - 1 = 0,1910 \times 100 = 19,10\% \text{ TEA (tasa efectiva anual -TEA-)}$

Por tanto, de los ejemplos desarrollados, se infiere que la TNA $i < \text{TEA } i'$ y que cada vez que existe más de una capitalización en un período, un (1) año, la TNA se transforma en una TEA.

Director Del CENS N° 69: Prof. Vicente **PIRRI**