

Guía Práctica N°7**Regla de Ruffini**

Se aplica para dividir polinomios de grado 3 o mayor por un divisor de la forma **(x-a)**. Es decir que el divisor es una x menos un número entero).

Es un procedimiento bastante sencillo, pero veamos cómo funciona, empezando por hacer la división como sabemos hasta ahora:

$$6x^3 + 5x^2 - 3x + 4 \quad | \quad x - 2$$

Para hacer esta división se procede así:

1. Se divide el primer monomio del dividendo ($6x^3$) por el primer monomio del divisor (x):

$$6x^3 \div x = 6x^2$$

Después se multiplica $6x^2$ por $x-2$ y el producto se resta del dividendo:

$$\begin{array}{r} 6x^3 + 5x^2 - 3x + 4 \quad | \quad x - 2 \\ -6x^3 + 12x^2 \qquad \qquad 6x^2 \\ \hline 17x^2 \end{array}$$

2. Se baja el término siguiente ($-3x$) y se divide, como en el apartado 1, el primer monomio ($-3x$) por el primer monomio del divisor (x):

$$17x^2 \div x = 17x$$

Se multiplica $17x$ por $x-2$ y el producto se resta del dividendo

$$\begin{array}{r} 6x^3 + 5x^2 - 3x + 4 \quad | \quad x - 2 \\ -6x^3 + 12x^2 \qquad \qquad 6x^2 + 17x \\ \hline 17x^2 - 3x \\ -17x^2 + 34x \\ \hline 31x \end{array}$$

3. Se baja el término 4 y se divide, como en el apartado 1, $31x$ entre x :

$$31x \div x = 31$$

Se multiplica 31 por $x - 2$ y el producto se resta del dividendo.

$$\begin{array}{r}
 6x^3 + 5x^2 - 3x + 4 \quad | \quad x - 2 \\
 \underline{-6x^3 + 12x^2} \quad 6x^2 + 17x + 31 \\
 17x^2 - 3x \\
 \underline{-17x^2 + 34x} \quad 31x + 4 \\
 31x + 4 \\
 \underline{-31x + 62} \\
 66
 \end{array}$$

Así se obtiene el cociente $c(x) = 6x^2 + 17x + 31$ y el resto $R(x) = 66$

Como el grado del resto es cero (menor que el del divisor, aquí terminó la división).

Así sabíamos hacer la división. Pero veamos ahora:

Relación entre los coeficientes:

Los coeficientes del cociente (6, 17 y 31) están relacionados con los coeficientes del dividendo y con el término independiente (2) del binomio $(x - 2)$. Estas relaciones permitirán calcular los coeficientes del cociente sin hacer la división

a) El primer coeficiente (6) es igual al primer coeficiente del dividendo (6):
 $6 = 6$

b) El segundo coeficiente del cociente (17) se obtiene multiplicando el primer coeficiente del cociente (6) por 2 (de $x - 2$) y sumándole el segundo coeficiente del dividendo:
 $17 = 6 \times 2 + 5$

c) El tercer coeficiente del cociente (31) se obtiene multiplicando el segundo coeficiente (17) por 2 y sumándole el tercer coeficiente del dividendo (-3):
 $31 = 17 \times 2 + (-3)$

En general, cada coeficiente del cociente se obtiene multiplicando el coeficiente anterior por el término independiente del divisor cambiado de signo y sumándole el correspondiente coeficiente del polinomio dividendo.

Estas relaciones nos llevan a la Regla de Ruffini, donde debemos tener la precaución de que los polinomios estén completos y ordenados.

Regla de Ruffini:

La regla de Ruffini es un algoritmo que permite obtener fácilmente el cociente y el resto de la división de un polinomio por un binomio de la forma $x-a$.

La regla de Ruffini también se utiliza para transformar un polinomio en un producto de factores, pero eso lo veremos en la siguiente clase.

Considera esta división:

$$\begin{array}{r|l} Ax^3 + Bx^2 + Cx + D & x - a \\ \hline & Ax^2 + B'x + C' \\ \hline & R \end{array}$$

Se puede probar que entre los coeficientes del cociente y del dividendo se verifican las siguientes relaciones:

Relaciones en la regla de Ruffini:

$A' = A \Rightarrow$ El primer coeficiente del cociente A es igual al primer coeficiente del dividendo A

$B' = Aa + B \Rightarrow$ El segundo coeficiente del cociente B' se obtiene mediante la relación $B' = Aa + B$

$C' = B'a + C \Rightarrow$ El tercer coeficiente del cociente C' se obtiene mediante la relación $C' = B'a + C$

$R = C'a + D \Rightarrow$ El resto R se obtiene mediante la relación $R = C'a + D$

Estas relaciones constituyen la regla de Ruffini

Ejemplo:

$$(6x^3 - 3x + 4) / (x - 2)$$

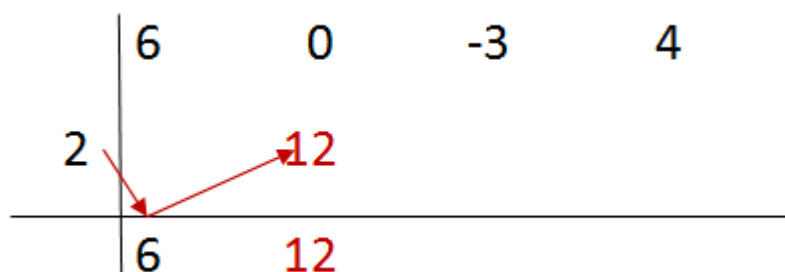
1. Se ordena en forma decreciente el dividendo y se colocan ordenados sus coeficientes. Si en el polinomio dividendo faltan términos, como en este caso que es incompleto, se ponen ceros en los lugares de los términos que faltan. Debajo, y desplazado a la izquierda, se coloca el término independiente del divisor cambiado de signo ($a = 2$). El primer coeficiente del cociente es igual al primer coeficiente del dividendo; por eso el número 6 se baja simplemente.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 6 & 0 & -3 & 4 \\ & \downarrow & & & \\ 2 & 6 & & & \end{array}$$

2. El segundo coeficiente del cociente se obtiene según indica el esquema:

$$2 \cdot 6 = 12$$

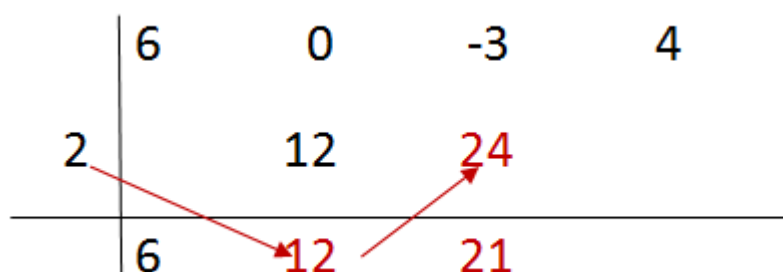
$$0 + 12 = 12$$



3. El tercer coeficiente del cociente se obtiene según indica el esquema:

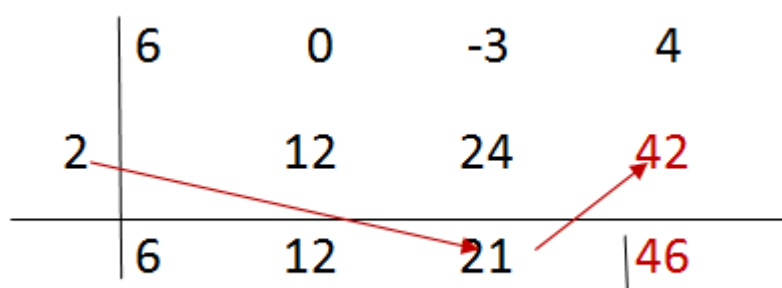
$$2 \cdot 12 = 24$$

$$-3 + 24 = 21$$



4. El resto se obtiene como se indica en el esquema:

$$21 \cdot 2 + 4 = 46$$



Como el grado del cociente es una unidad menor que el grado del dividendo, resulta que el cociente es el polinomio:

$$6x^2 + 12x + 21 \text{ y el resto es } 46.$$

Ejercicios:

- a) $(x^3 - 6x^2 - 5x + 2) : (x - 1)$
- b) $(x^5 + x^4 + x^3 + x + 1) : (x + 1)$
- c) $(x^6 + 2x^5 - 3x^4 + 6x - 8) : (x - 3)$

Teorema del resto:

Si dividimos $P(x)$ en $(x-a)$, obtenemos un cociente $C(x)$ más un resto $R(x)$, de manera que si multiplicamos el cociente por el divisor y la sumamos el resto nos debe dar el dividendo, como en cualquier división:

$$\begin{array}{r} P(x) \overline{) x-a} \\ \underline{C(x)} \\ R(x) \end{array} \rightarrow P(x) = C(x) \cdot (x-a) + R(x)$$

Si eligiéramos $x = a$, entonces $x - a = 0$, y quedaría $P(x) = P(a) = R(x)$. O sea que el resto es igual al valor que toma el polinomio $P(x)$ reemplazando la x por el valor a .

Por ejemplo:

$$(x^3 + 3x^2 - 7x - 3) : (x - 2) =$$

Para conocer el resto de esta división, calculamos $P(a) = P(2)$:

$$P(2) = (2)^3 + 3 \cdot (2)^2 - 7 \cdot (2) - 3 = 3$$

Si hiciéramos la división por el método de Ruffini, podemos comprobar que este es el resto:

$$(x^3 + 3x^2 - 7x - 3) : (x - 2)$$

1	3	-7	-3	
+	+	+		
2	2	10	6	
1	5	3	3	← resto

Ejercicios:

Calcular el resto de las divisiones del ejercicio anterior, aplicando el teorema del resto.

BIBLIOGRAFIA:

Apuntes del profesor

Consultas a internet:

Teorema del resto la escuela en casa - Buscar con Google www.google.com

Teorema del resto- la escuela en casa - Buscar con Google www.google.com

Teorema del resto | La Guía de Matemática matematica.laguia2000.com

