

Escuela: C.E.N.S. "Los Tamarindos"

Docente: Emilio Dominguez

Ciclo: 2º año 1ª división

Turno: Noche

Area Curricular: Matemática

Título: Sistema de Ecuaciones

Sistema de ecuaciones (continuación)

SISTEMA DE ECUACIONES 2×2 – REGLA DE CRAMER (MÉTODO DE LAS DETERMINANTES)

Empecemos:

Recordemos que los **Sistemas de Ecuaciones Lineales 2×2** son aquellos que se componen de **dos** ecuaciones con **dos** incógnitas, y existen varios métodos para llegar a su solución en caso de existir.

Vamos a solucionar el siguiente **sistema de ecuaciones lineales 2×2** :

$$2x + 3y = 20 \quad \text{Ecuación 1}$$

$$x - 2y = 3 \quad \text{Ecuación 2}$$

Antes de iniciar con el paso a paso de este método, es pertinente recordar qué es una matriz 2×2 y qué es un determinante.

Una matriz 2×2 no es más que un arreglo de elementos que posee dos columnas y dos filas

Matriz 2×2 .

Dos filas y dos columnas

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

Y un determinante de una matriz 2×2 consiste en restar el producto de las diagonales de la matriz:

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - bc$$

Veamos que sí es la resta del producto de las diagonales:

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = \boxed{ad} - bc$$

$$\det \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - \boxed{bc}$$

Método de las determinantes (Regla de Cramer)

Paso 1. Se prepara la matriz de los coeficientes y se halla el determinante

Identificamos los coeficientes de las incógnitas y construimos la **matriz M** con ellos:

$$\begin{array}{lcl} \boxed{2x + 3y} = 20 & \text{Ecuación 1} \\ \boxed{x - 2y} = 3 & \text{Ecuación 2} \end{array}$$

Matriz de los coeficientes.

$$M = \begin{bmatrix} \overset{x}{\downarrow} 2 & \overset{y}{\downarrow} 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

Calculamos su determinante:

$$\begin{aligned} |M| &= (2)(-2) - (3)(1) \\ |M| &= -4 - 3 = -7 \end{aligned}$$

Bien, ya tenemos que el determinante de la matriz de coeficientes es -7

Paso 2. Se prepara la matriz de la incógnita **x**, y se halla el determinante

La matriz de la **incógnita X** es la misma matriz de coeficientes con una diferencia. En lugar de colocar los coeficientes de **X**, se ubican los valores numéricos que quedaron al otro lado de las ecuaciones.

Veamos:

$$\begin{array}{rcl} 2x + 3y & = & 20 \quad \text{Ecuación 1} \\ x - 2y & = & 3 \quad \text{Ecuación 2} \end{array}$$

Matriz de los coeficientes.

$$M = \begin{bmatrix} \overset{x}{\cancel{2}} & \overset{y}{3} \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$M_x = \begin{bmatrix} 20 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

Ya con esto tenemos la **Matriz de X**, y procedemos a calcular su determinante:

$$M_x = \begin{bmatrix} 20 & 3 \\ 3 & -2 \end{bmatrix}$$

$$|M_x| = (20)(-2) - (3)(3)$$

$$|M_x| = -40 - 9 = -49$$

El determinante de la **Matriz X** es **-49**

Paso 3. Se prepara la matriz de la incógnita **y**, y se halla el determinante

La matriz de la **incógnita Y** es la misma matriz de coeficientes con una diferencia. En lugar de colocar los coeficientes de **Y**, se ubican los valores numéricos que quedaron al otro lado de las ecuaciones.

Veamos:

$$\begin{array}{rcl} 2x + 3y & = & 20 \quad \text{Ecuación 1} \\ x - 2y & = & 3 \quad \text{Ecuación 2} \end{array}$$

Matriz de los coeficientes.

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$$

x
y

↓
↓

$$M_y = \begin{bmatrix} 2 & 20 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Ya con esto tenemos la **Matriz de Y**, y procedemos a calcular su determinante:

$$M_y = \begin{bmatrix} 2 & 20 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$$|M_y| = (2)(3) - (20)(1)$$

$$|M_y| = 6 - 20 = -14$$

El determinante de la **Matriz Y** es **-14**

Paso 4. Hallamos el valor de las incógnitas.

El **valor de Y** va a ser igual al determinante de la **matriz Y** dividido en el determinante de la **matriz de coeficientes**:

$$y = \frac{|M_y|}{|M|}$$

El **valor de X** va a ser igual al determinante de la **matriz X** dividido en el determinante de la **matriz de coeficientes**:

$$x = \frac{|M_x|}{|M|}$$

Resolvemos:

$$y = \frac{|M_y|}{|M|} = \frac{-14}{-7} = 2$$
$$x = \frac{|M_x|}{|M|} = \frac{-49}{-7} = 7$$

Paso 5. Verificación de la solución del sistema.

Nuestra solución:

$$\boxed{\begin{array}{l} y = 2 \\ x = 7 \end{array}}$$

Reemplazamos los valores obtenidos para cada una de las incógnitas en ambas ecuaciones con la finalidad de verificar que se cumpla la igualdad en ambos casos:

Ecuación 1	Ecuación 2
$2x + 3y = 20$	$x - 2y = 3$
$2(7) + 3(2) = 20$	$7 - 2(2) = 3$
$14 + 6 = 20$	$7 - 4 = 3$
$20 = 20$	$3 = 3$

Se verifica que la solución del sistema si satisface ambas ecuaciones.

Pon a prueba tus conocimientos

$$\begin{cases} \textcircled{1} & 2X + 3Y = 12 \\ \textcircled{2} & X - Y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \textcircled{1} & 5X - 2Y = -2 \\ \textcircled{2} & -3X + 7Y = -22 \end{cases}$$

Directivo a cargo Prof. Brozina, Silvana