GUIA N°3

Escuela: Colegio Provincial Barrio Parque Rivadavia Norte

Docente: Ing. Civil BONDUEL, Ana Sofia

Curso: 6° año

Área: Matemática Aplicada.

Contenido:Trigonometría. Resolución de triángulos rectángulos. Teorema del Seno. Teorema del coseno. Resolución de triángulos oblicuángulos. Ejercicios y Problemas.

Trigonometría

La trigonometría es una rama de la geometría (que a su vez es una rama de las matemáticas) encargada de estudiar la relación entre los lados y los ángulos de los triángulos; es decir, las medidas de los triángulos. Para comprender lo que es la trigonometría, debemos saber primero qué es un ángulo: El **ángulo** es la porción del plano comprendida entre dos semirrectas que comparten un origen común llamado vértice.

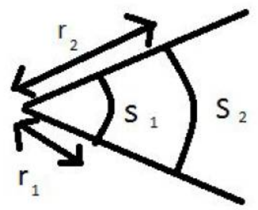
Para medir ángulos existen tres unidades: El radián (utilizado sobre todo en matemáticas), **El grado sexagesimal** (representado: º). Es la medida más conocida. Está establecido que un plano mide 360º, lo que mide una circunferencia.**El sistema decimal** (utilizado en topografía y en construcción, y que no se verá en este curso)

Sistemas de medición angular

Sistema sexagesimal: su unidad de medida es el “grado sexagesimal ”; donde ungrado sexagesimal (simbólicamente 1°) representa la noventa-ava parte de un ángulo recto.

$$1º = \frac{ángulo\ recto}{90º} \rightarrow 90º = ángulo\ recto$$

Sistema radial: Para definir la medida de ese sistema, analicemos previamente:Sea **un** ángulo cualquiera, con centro en el vértice del ángulo y radio$r_1 y\, r_2$, si se trazan arcos de circunferencias de longitudes$S_1\ y\ S_2$; se obtiene la siguiente figura:



$$\frac{S_1}{r_1} = \frac{S_2}{r_2} = a \text{ ; con a constante}$$

Para cualquier radio r , y la correspondiente longitud de arco S, se verifica:

$$\frac{S}{r} = a \ \rightarrow S = r\ x\ a$$

La constante “a” es característica del ángulo en cuestión y determina el valor del ángulo.

Se dirá que el ángulo se mide en “radianes”.

Un ***radián*** es la medida del ángulo cuyo arco es igual al radio de la circunferencia, en la
que está centrado.

NOTA: Sabiendo que el ángulo central positivo de un giro es α = 360° y recordando que
la longitud de la circunferencia es 2.π.*r* , un ángulo central verifica:

$$\alpha = 360º = \frac{S}{r} = \frac{2 \times \pi\ \times\ r}{r} = 2\,\boldsymbol{\pi} \quad \boldsymbol{por\ lo\ tanto\ \ 360º = 2\pi\, radianes}$$

Ejemplos:

a. Determinar los radianes que representa 35°

$$\begin{matrix} 360° - - - -2\pi\ rad \\ 35° - - - -\ x\ rad \end{matrix}\ entonces\ x = \frac{35°.2\pi\ rad}{360°} = \frac{7}{36}\pi\ rad$$

b. Determinar los grados sexagesimales que representan 3π rad.Es

$$\begin{matrix} 2\pi\ rad - - - - -\ 360° \\ 3\pi\ rad - - - -\ x \end{matrix}\ entonces\ x = \frac{3\pi\ rad.360°}{2\pi\ rad} = 540°$$

TABLA DE CONVERSIÓN ENTRE LOS SISTEMAS DE MEDIDAS ANGULARES.

ACTIVIDAD N°1.Complete la siguiente tabla, teniendo en cuenta los ejemplos vistos anteriores. Exprese los ángulos en radianes como fracciones.

Ángulos en grados	Ángulos en radianes

0º	0
30º	
	$\frac{\pi}{4}$
60º	
	$\frac{\pi}{2}$
180º	
	$\frac{3}{2}\boldsymbol{\pi}$
360º	

ACTIVIDAD N°2 .

I. Calcular la medida de los siguientes ángulos en radianes.

a. $\alpha = 18°$

b. $\beta = 78°$

II. Calcular la medida de los siguientes ángulos en grados.

a. $\alpha = \frac{3}{7}\boldsymbol{\pi}$

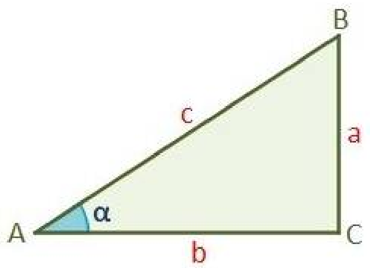
b. $\beta = 4\,\boldsymbol{\pi}$

RAZONES TRIGONOMÉTRICAS

Se llaman ***razones trigonométricas*** a las relaciones entre los lados y ángulos de un triángulo rectángulo. Son seis y reciben el nombre de seno, coseno, tangente, cotangente, secante y cosecante.

Las **razones trigonométricas** de un ángulo α son las razones obtenidas entre los tres lados de un triángulo rectángulo. Es decir, la comparación por su cociente de sus tres lados *a*, *b* y *c*.

Sea α uno de los ángulos agudos del triángulo rectángulo.



$$sen\boldsymbol{\alpha} = \frac{\boldsymbol{Cat.Opuesto}}{\boldsymbol{Hip.}} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{c}} \quad cosec\boldsymbol{\alpha} = \frac{\boldsymbol{Hip.}}{\boldsymbol{Cat.Opuesto}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{a}}$$

$$cos\boldsymbol{\alpha} = \frac{\boldsymbol{Cat.Ady.}}{\boldsymbol{Hip.}} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{c}} \quad sec\boldsymbol{\alpha} = \frac{\boldsymbol{Hip.}}{\boldsymbol{Cat.Opuesto}} = \frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{a}}$$

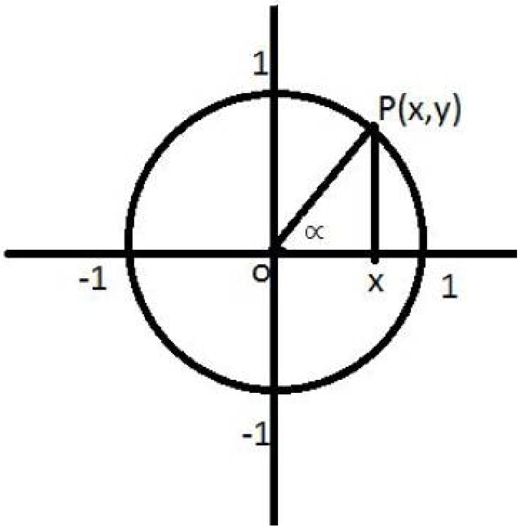
$$tg\boldsymbol{\alpha} = \frac{\boldsymbol{Cat.Opuesto}}{\boldsymbol{Cat.Ady}} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \quad cotg\ \boldsymbol{\alpha} = \frac{\boldsymbol{Cat.Ady.}}{\boldsymbol{Cat.Opuesto}} = \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}$$

De las definiciones anteriores se deduce que

$$\boxed{tg\ \propto = \frac{sen\ \propto}{\cos\ \propto}; \quad \cot g\ \propto = \frac{1}{tg\ \propto}; \quad \sec\ \propto = \frac{1}{\cos\ \propto}; \quad cosec\ \propto = \frac{1}{sen\ \propto}}$$

CIRCUNFERENCIA TRIGONOMÉTRICAS.

Recibe el nombre de ***circunferencia trigonométrica*** la circunferencia de centro en el origen de coordenadas cartesianas (0,0) y de radio r =1 (recordemos que el radio de una circunferencia es el segmento que va desde el centro de la misma hasta alguno de los puntos de la circunferencia)



Al considerar un punto P(x,y) perteneciente a la circunferencia trigonométrica y unir el puntoP con el origen de coordenadas se obtiene el segmento$\overline{OP} = r = 1$(radio de la circunferencia), que coincide con la hipotenusa del triángulo rectángulo OPX.

Observando el gráfico es claro que:

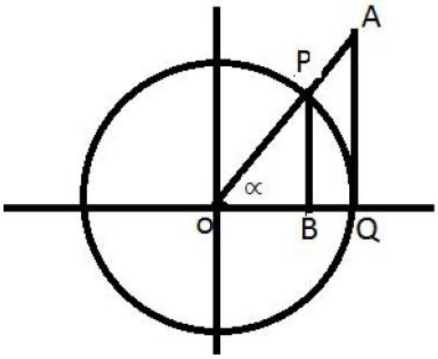
$\overline{OP} = r = hipotenusa$

$\overline{OX} = x\ (abcisa\ del\ punto\ P) = cateto\ adyacente\ del\ \text{á}ngulo\ \boldsymbol{\alpha}\ \ (\boldsymbol{en\ el\ triangulo\ OPX})$

$\overline{PX} = y\ (ordenada\ del\ punto\ P)$

$= cateto\ opuesto\ del\ \text{á}ngulo\ \boldsymbol{\alpha}\ \ (\boldsymbol{en\ el\ triangulo\ OPX})$

Las razones trigonométricas tienen una representación segmentaria en la circunferencia
trigonométrica, que para ángulos del primer cuadrante es:

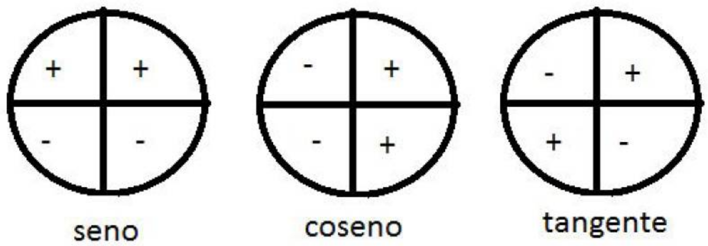


$\overline{OB} = x \text{ representa el } \cos \propto$

$\overline{PB} = y \text{ representa el sen} \propto$

$\overline{QA} = \text{representa la tg} \propto$

Nota: Las razones presentan los siguientes signos de acuerdo a cada cuadrante, dependiendodel signo de las abscisas y ordenadas:



ACTIVIDAD N°3.
Complete el siguiente cuadro con el signo correspondiente.

α	sen α	cos α	tg α
1° Cuadrante			
2° Cuadrante			
3° Cuadrante			
4° Cuadrante			

ACTIVIDAD N°4. Complete el cuadro conociendo los valores de algunas relaciones trigonométricas y teniendo en cuenta en recuadro de color rojo visto en las razones trigonométricas.

α	0°	30°	45°	60°	90°
sen α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tg α					
cotg α					
sec α					
cosec α					