

FINES I

MATEMÁTICA 6° Año

Estimados estudiantes espero que se encuentren bien y en casa, aprovecho para saludarlos y comentarles que en este trayecto la situación que es de público conocimiento nos obliga a la virtualidad, los contenidos estarán explicitado en las guías acompañado de algunas TIC. Les deseo éxitos a todos y quedo a su disposición para recorrer esta etapa. Saludos cordiales el Profe de Matemática.

C.E.N.S. N° 174

GUIA N° 2

Logaritmo

Definición de logaritmo

Exponente al que hay que elevar un número, llamado base, para obtener otro número determinado. Un logaritmo busca el exponente y de una base a que se ha empleado para llegar a un determinado resultado x .

Ejemplo:

Si tengo de base $a = 2$ y como resultado $x = 8$, ¿a qué exponente se debe elevar el 2 para que nos dé como resultado 8 ? Como te darás cuenta el valor del exponente que se utilizó para llegar al resultado $x = 8$ con la base $a = 2$ es $y = 3$.

La notación correspondiente para representar a un **logaritmo** es la siguiente:

$$\log_a x = y \quad \Rightarrow \quad a^y = x, \quad a > 0 \quad \text{y} \quad a \neq 1$$

donde a es la base, x el resultado y y el exponente buscado. Hay que recalcar que se deben cumplir las condiciones de que la base sea positiva $a > 0$ y distinta a un

De la definición de logaritmo podemos decir que:

- No existe el logaritmo con base negativa.

$$\nexists \log_a x, \quad a < 0$$

FINES I MATEMÁTICA 6° Año

- No existe el logaritmo de un número negativo.

$$\nexists \log_a x, \quad x < 0$$

- No existe el logaritmo de cero.

$$\nexists \log_a 0$$

- El logaritmo de 1 es cero.

$$\log_a 1 = 0$$

- El logaritmo en base a de a es igual a 1.

$$\log_a a = 1$$

- El logaritmo en base a de una potencia en base a es igual al exponente.

$$\log_a a^n = n$$

Propiedades de los logaritmos

1 El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores:

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}\log_2 (4 \cdot 8) &= \log_2 4 + \log_2 8 \\ &= 2 + 3 \\ &= 5\end{aligned}$$

2 El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor:

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}\log_2 \left(\frac{8}{4} \right) &= \log_2 8 - \log_2 4 \\ &= 3 - 2 \\ &= 1\end{aligned}$$

FINES I
MATEMÁTICA 6° Año

3 El logaritmo de una potencia es igual al producto del exponente por el logaritmo de la base:

$$\log_a (x^n) = n \log_a x$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}\log_2 (8^4) &= 4 \log_2 8 \\ &= 4 \cdot 3 \\ &= 12\end{aligned}$$

4 El logaritmo de una raíz es igual al cociente entre el logaritmo del radicando y el índice de la raíz:

$$\log_a (\sqrt[n]{x}) = \frac{1}{n} \log_a x$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}\log_2 \sqrt[4]{8} &= \frac{1}{4} \log_2 8 \\ &= \frac{1}{4} \cdot 3 \\ &= \frac{3}{4}\end{aligned}$$

FINES I

MATEMÁTICA 6° Año

5 Cambio de base:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}\log_2 4 &= \frac{\log_4 4}{\log_4 2} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{2}} \\ &= 2\end{aligned}$$

Los logaritmos se han convertido desde su creación en una herramienta importante para el cálculo de operaciones con números muy grandes, debido a que tienen la propiedad de trabajar con exponentes y convierte los problemas de multiplicación en problemas de suma. El logaritmo también, gracias a sus propiedades, permite simplificar diversas operaciones matemáticas. Por esto y más vale la pena su estudio.