

ESCUELA: ETOA

DOCENTES: IVANA ZALAZAR, NOELIA CORREA

CURSOS: 5°1°, 5°2°, 5°3°

TURNO: MAÑANA Y TARDE

ÁREA: MATEMÁTICA

GUÍA PEDAGÓGICA N°9: FUNCIÓN CUADRÁTICA

CONSULTAS: PROF. IVANA ivanazalazar@gmail.com

PROF. NOELIA CLAUDIACORREA2439@GMAIL.COM



Guía de estudio N°9: función cuadrática

Recordemos:

Forma Polinómica: $Y = a \cdot X^2 + b \cdot x + c \Leftrightarrow$ "a" "b" y "c" son números reales, $a \neq 0$

Puntos característicos de las funciones cuadráticas: Estos puntos son los más importantes de estas funciones y nos van a ser muy útiles para su estudio.

- ☆ Raíces: Una función cuadrática puede tener 2, 1 o ninguna raíz real.
- ☆ Coordenadas del vértice: Toda función cuadrática tiene siempre un único vértice, con coordenadas "x" e "y" reales.
- ☆ Intersección con el eje Y: Toda función cuadrática corta al eje "y" en un único punto, al que podemos llamar ordenada al origen.

Raíces reales o Ceros de una función cuadrática:

Las raíces de una función, son los valores en los cuáles la función corta al eje de las "x". Cuando una función cuadrática tiene raíces reales, éstas se calculan con la siguiente fórmula:

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2 \cdot a}$$

Las raíces son entonces los valores de x para los cuales la función vale 0.

Esta fórmula se aplica con los coeficientes de la función cuadrática en forma polinómica, que como vimos antes es de la forma: $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Ejemplo: Calculemos las raíces de la función: $f(x) = x^2 + 2x - 3$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ x_2 &= \frac{-2 - 4}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{aligned}$$

O sea que en nuestro ejemplo las raíces son $X_1 = 1$ y $X_2 = -3$

Cálculo de las Coordenadas del vértice:

Vamos a ver unas fórmulas para calcular las coordenadas del vértice:

$$X_v = \frac{-b}{2 \cdot a}$$

$$Y_v = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a}$$

Con estas fórmulas reemplazando los coeficientes "a", "b" y "c" de la ecuación en forma polinómica, vamos a calcular las coordenadas del vértice. Veámoslo en nuestro ejemplo:

Calculemos las coordenadas del vértice de la función de nuestro ejemplo: $f(x) = x^2 + 2x - 3$

$$X_v = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-2}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1 \quad Y_v = \frac{4 \cdot a \cdot c - b^2}{4 \cdot a} = \frac{4 \cdot 1 \cdot (-3) - 2^2}{4 \cdot 1} = \frac{-12 - 4}{4} = \frac{-16}{4} = -4$$

O sea que el vértice es el punto: $V = (-1; -4)$

Una vez calculada "X_v" podemos calcular Y_v reemplazando el valor de X_v en la función para no acordarse la fórmula de Y_v

Intersección con el eje "y":

La intersección con el eje "y", u "ordenada al origen" coincide con el valor del término independiente de la ecuación polinómica, es decir el valor de "c". O sea es el valor de la función cuando 2x" vale cero.

En nuestro ejemplo $f(x) = x^2 + 2x - 3$ la intersección con el eje "y" es $y = -3$

$$\cap \text{ Eje Y} = c$$

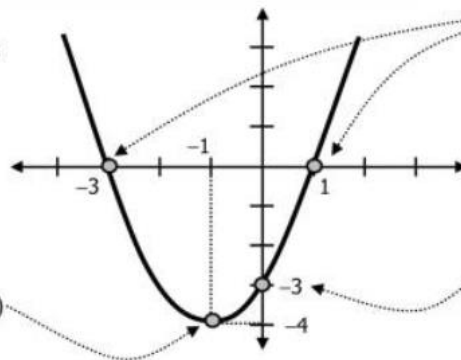
Gráfica a partir de los puntos característicos de la función cuadrática:

Con estos puntos característicos podemos graficar aproximadamente la función. Los Puntos utilizados en este caso son:

- Las Raíces.
- Las coordenadas del Vértice
- La Intersección con el eje "y"

Vértice:

$$V = (-1; -4)$$



Raíces:

$$X_1 = 1$$

$$X_2 = -3$$

Intersección Eje "y"

$$Y = -3$$

Actividades:

- a) En las siguientes funciones cuadráticas hallar: raíces, coordenadas del vértice, intersección con el eje Y.

1) $Y = -2X^2 + 5X - 2$

2) $Y = 3X^2 + 6X - 9$

3) $Y = 2X^2 + 3X + 1$

- b) Graficar las funciones del punto a)

Ecuación Canónica de las funciones cuadráticas:

Esta es la forma general de la **Ecuación Canónica** de la parábola

$$y = a \cdot (x - x_v)^2 + y_v$$

Es un factor que nos da idea de su "anchura"



X_v : Coordenada "x" del Vértice

Este número es la coordenada x del Vértice de la Parábola.

Y_v : Coordenada "Y" del Vértice

Este número es La coordenada "y" del Vértice de la Parábola.

Coordenadas del Vértice: $V = (x_v, y_v)$

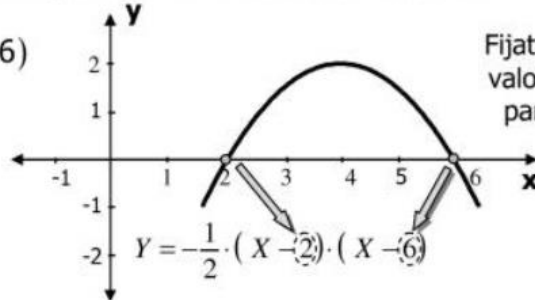
☆ **Ecuación Factorizada:**

$$Y = a \cdot (X - x_1) \cdot (X - x_2)$$

x_1 y x_2 son las raíces de la parábola, y "a" es el mismo "a" de siempre.

Ejemplo: grafiquemos la siguiente parábola dada en forma factorizada:

$$Y = -\frac{1}{2} \cdot (X - 2) \cdot (X - 6)$$



☆ **Pasaje de formas de una parábola:** Ahora vamos a ver como pasar de una forma a otra:

- **Pasaje de Forma Polinómica a Canónica:** Hay que hallar coordenadas del vértice y escribir directamente la forma canónica con estos valores y sin olvidarse del valor de "a" que está también en la forma polinómica.
- **Pasaje de Forma Canónica a Polinómica:** Hay que desarrollar el cuadrado del binomio y operar.
- **Pasaje de Forma Polinómica a Factorizada:** Hallar las raíces y escribir directamente la forma factorizada.
- **Pasaje de Forma Factorizada a Polinómica:** Hay que hacer la distributiva del producto entre los paréntesis.
- **Pasaje de Forma Factorizada a Canónica:** Para pasar de forma factorizada a canónica, hay que pasar primero de factorizada a polinómica y luego de la polinómica a la factorizada.
- **Pasaje de Forma Canónica a Factorizada:** Hay que hallar las raíces de la parábola primero y después escribir la forma factorizada (sin olvidarse de "a" que también está en la forma canónica)

Actividades:

c) Con las siguientes funciones cuadráticas del punto a)

1) $Y = -2X^2 + 5X - 2$

2) $Y = 3X^2 + 6X - 9$

3) $Y = 2X^2 + 3X + 1$

Hallar las ecuaciones canónicas y factorizadas de cada ecuación.

Bibliografía:

Matemática Activada 4 Ed. Puerto de palos

Logikamente Pablo Pisano

DIRECTOR ESCUELA ETOA: JORGE GROSSO