

Escuela Técnica Obrero Argentino

Docentes:

Correa Claudia

Rolando Rodríguez

SEXTO AÑO

1° Y 2° División

EDUCACION SECUNDARIA TÉCNICA Y FORMACIÓN
PROFESIONAL

TURNO: MAÑANA Y TARDE

AREA CURRICULAR: MATEMÁTICA

TÍTULO: LIMITE DE UNA FUNCIÓN

CONTENIDO SELECCIONADO: Límite de una Función

DESARROLLO:

Noción de Límite

Dada una función $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ estudiaremos el comportamiento de la función en un entorno del punto a

Ejemplo 1:

$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2x - 3$ y $a = 4$

$$E^*[4; 0,5] = (3,5; 4,5) - \{4\}$$

Como al considerar el entorno $(3,5; 4,5) - \{4\}$ queda excluido el punto $a = 4$, no interesa la función en dicho punto, sino el comportamiento de la función en ese punto. Debemos analizar la tendencia de los valores de la función cuando se aproxima

Por izquierda a 4 $x \rightarrow 4^-$

Por derecha a 4 $x \rightarrow 4^+$

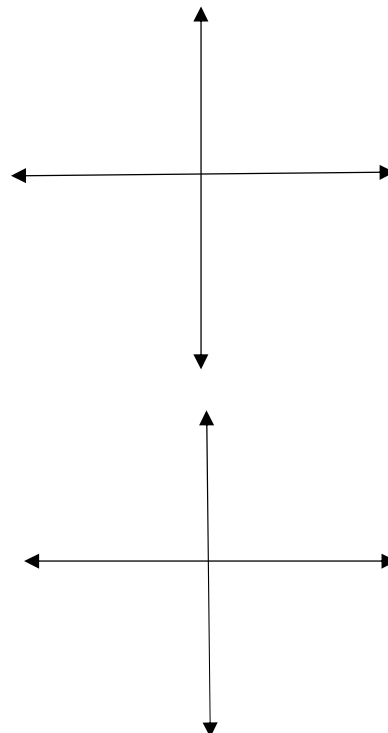
Observando los valores tienden a 5

$$x < 4$$

x	$y = 2x - 3$
3,8	
3,9	
3,98	
3,999	

$$x > 4$$

x	$y = 2x - 3$
4,1	
4,05	
4,01	
4,001	



Observación:

- a) De la tabla 1 podemos decir que: El límite de $f(x)$ cuando x tiende a 4 por izquierda es igual a 5.

En símbolos:

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} (2x - 3) = 5$$

- b) De la tabla 2 podemos decir que: El límite de $f(x)$ cuando x tiende a 4 por derecha es igual a 5.

En símbolos:

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} (2x - 3) = 5$$

De la observación de **a** y **b** podemos deducir que:

$$\lim_{x \rightarrow 4^-} (2x - 3) = \lim_{x \rightarrow 4^+} (2x - 3) = 5$$

Entonces podemos decir que **existe el límite** y es:

$$\lim_{x \rightarrow 4} (2x - 3) = 5$$

Nota: Siempre que:

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L_1$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L_2$$

$L_1 = L_2$ entonces existe L tal que $L = L_1 = L_2$

En general:

$f(x)$ tiende a un límite finito L ($L \in \mathbb{R}$) cuando x tiende a a ($a \in \mathbb{R}$), si a cada entorno de L de radio ε corresponde un entorno reducido de a , tal que $f(x)$ está definida en todo punto de él y se verifica que a todo punto x del entorno reducido a , corresponde un punto $y = f(x)$ del entorno L .

Es decir: $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$ si para todo $\varepsilon (L, \varepsilon) \exists E^*(a, \delta) \subset \text{Dom } f$ tal que si $x \in E^*(a, \delta) \rightarrow f(x) \in E(L, \varepsilon)$

$$x \rightarrow a$$

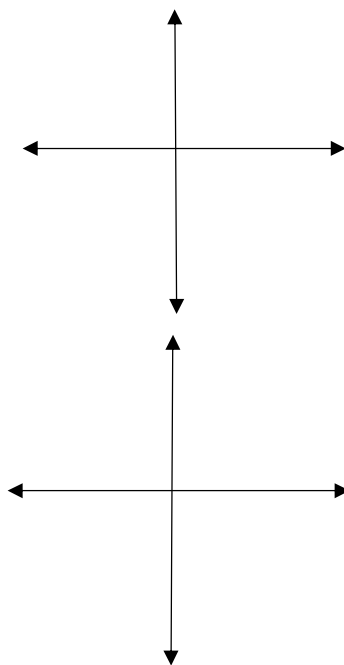
Ejemplo 2

Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $g(x) = 2x^2$ y $a = 1$

(estudiaremos el comportamiento de la función $g(x)$ en un entorno reducido de $a = 1$)

x	$2x^2$
0,9	
0,99	
0,999	
0,9999	

x	$2x^2$
1,1	
1,01	
1,001	
1,0001	



Observando los valores de la función tienden a 2 cuando x se acerca a 1 por izquierda y por derecha. Es decir:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} 2x^2 = 2 \quad \text{y} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} 2x^2 = 2$$

Luego:

$$\lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 = 2$$

Ejercitación:

I) Representa gráficamente:

a) $f(x) = x^3$

b) $g(x) = x^2$

c) $t(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \geq 1 \\ 2 & \text{si } x < 1 \end{cases}$

d) $h(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 2 \\ 1 & \text{si } x < 2 \end{cases}$

II) Determinar si existen los siguientes límites:

a) 1- $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \dots\dots \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \dots\dots$ entonces: $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \dots\dots$

2- $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \dots\dots \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \dots\dots$ entonces: $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = \dots\dots$

3- $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \dots\dots \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \dots\dots$ entonces: $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = \dots\dots$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \dots\dots \lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = \dots\dots$ entonces: $\lim_{x \rightarrow 0} g(x) = \dots\dots$

c) 1) $\lim_{x \rightarrow 1^-} t(x) = \dots\dots \lim_{x \rightarrow 1^+} t(x) = \dots\dots$ entonces: $\lim_{x \rightarrow 1} t(x) = \dots\dots$

2) $\lim_{x \rightarrow 0^-} t(x) = \dots\dots \lim_{x \rightarrow 0^+} t(x) = \dots\dots$ entonces: $\lim_{x \rightarrow 0} t(x) = \dots\dots$

d) $\lim_{x \rightarrow 2^-} h(x) = \dots\dots \lim_{x \rightarrow 2^+} h(x) = \dots\dots$ entonces: $\lim_{x \rightarrow 2} h(x) = \dots\dots$

DIRECTOR INSTITUCIÓN: JORGE GROSSO