

# CENS POCITO - -3° AÑO - MATEMÁTICA

---

Docente: Elida Caballero

Año: 3° año

Turno: noche

Título: Ampliación del Campo Numérico: Números Complejos

## Objetivo

-Resolver operaciones con números complejos

## Contenidos

Esquema de la ampliación del campo numérico. Las operaciones: suma algebraica, multiplicación y división de complejos

## Capacidades a desarrollar

#Cognitivas

- Comprensión de conceptos y propiedades en la resolución de ejercicios

#Procedimentales

-Cálculo de operaciones, aplicando propiedades de números complejos

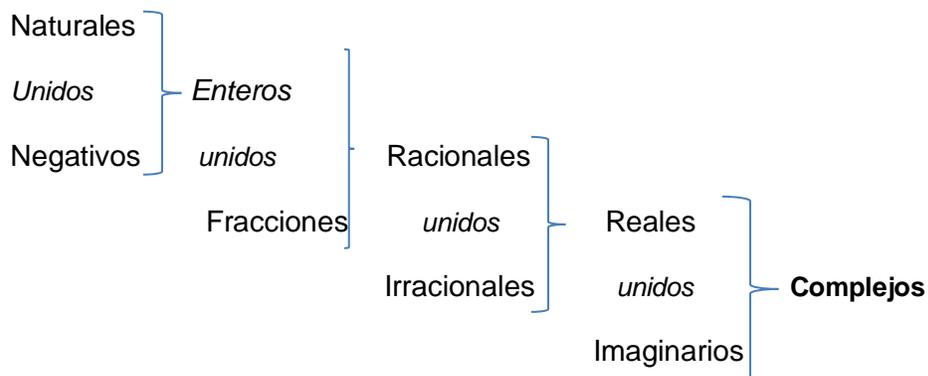
#Actitudinales

-Esfuerzo en la búsqueda de resultados

-Análisis y reflexión sobre la lógica de los resultados obtenidos

## Desarrollo

Esquema de revisión de los conjuntos vistos y ampliación del campo numérico con la introducción de las número Irracionales y los Complejos



Se define que  $i^2 = -1$  (i al cuadrado es igual a menos uno)

Observación : la definición anterior permite dar respuesta a las raíces de índice para y radicando negativo

Por ejemplo  $\sqrt{-4} = 2i$  , pues  $(-2i)^2 = (-2)^2 \cdot i^2 = 4 \cdot -1 = -4$

## Forma de un número complejo

Un número complejo está formado por una parte real y una parte imaginaria.

Existen dos formas para escribirlos: forma binómica y forma de pares

### Forma Binómica:

Por ejemplo el complejo  $(2 + 3i)$   $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ es la parte real} \\ 3 \text{ es la parte imaginaria, acompañada de la letra "i"} \end{array} \right.$

Forma de pares

Sería el complejo  $(2, 3)$   $\left\{ \begin{array}{l} 2 \text{ es la parte real} \\ 3 \text{ es la parte imaginaria, separados por una coma} \end{array} \right.$

### **Observaciones a tener en cuenta para llevar a cabo el presente trabajo!!!**

- ✓ *Nosotros trabajaremos los complejos en forma binómica.*
- ✓ *Debes tener, siempre papel, lápiz y goma; para ir transcribiendo y haciendo al mismo tiempo las demostraciones. Es una técnica para aprender, nuevos conceptos matemáticos. Ir haciendo a la par, ir viendo por qué cambian los signos, etc. **Recuerda que Matemática se hace, no se mira!!!***

Ejemplos de complejos en forma binómica

- $(-4 + 2i)$  , con -4 parte real y 2 parte imaginaria
- $(8 - 6i)$  , con 8 parte real y -6 parte imaginaria
- $(0,5 + 1i)$  , con 0,5 parte real y 1 parte imaginaria
- $(0 - 1i)$  , con 0 parte real y -1 parte imaginaria
- $(-4 + 0i)$  con -4 parte real y 0 parte imaginaria
- $(0 + 0i)$  con 0 parte real y 0 parte imaginaria

## SUMA DE COMPLEJOS

La suma de complejos es otro número complejo, cuya parte real es la suma de las partes reales y la parte imaginaria es la suma de las partes imaginarias

**Nota:** cuando hablamos de suma nos referimos a suma algebraica

Ejemplos

a)  $(5 + 4i) + (-2 + 7i) + (1 - 6i) = (5 - 2 + 1) + (4 + 7 - 6)i = (4 + 5i)$

b)  $(-8 + 2i) + (4 - 3i) - (6 - 1i) = (-8 + 4 - (+6)) + (2 - 3 - (-1))i = (-10 + 0i)$

*Cuidado ese negativo cambia los signos del complejo siguiente*

c)  $(-2 - 4i) + (-3 - 9i) - (-7 - 8i) = (-2 - 3 + 7) + (-4 - 9 + 8)i = (2 - 5i)$

Ejercicio , sumar los siguientes números complejos

a)  $(10 + 5i) + (-3 + 4i) =$

b)  $(-2 - 9i) + (8 - 7i) + (12 - 8i) =$

c)  $(20 - 10i) - (2 - 4i) + (-7 + 6i) =$

d)  $(8 + 11i) + (-10 - 5i) - (-1 + 2i) =$

## MULTIPLICACIÓN DE COMPLEJOS

Para multiplicar números complejos se aplica la propiedad distributiva y luego se agrupa partes reales y partes imaginarias

Ejemplo:

$(2 + 3i) \cdot (4 + 5i) = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 5i + 3i \cdot 4 + 3i \cdot 5i =$

$8 + 10i + 12i + 15i^2$  — Recuerda!! como  $i^2 = -1$ ,

$8 + 10i + 12i - 15 = -7 + 22i$  ,

Agrupamos real con real e imaginario con imaginario, es decir que ese  $i^2$  , solo cambia el signo del último término , convirtiéndolo en real, para que se agrupe con el otro número real.

**Nota:** También hay que tener en cuenta la **regla de los signos** en la propiedad distributiva

Ejemplos:

$$a) (5 + 4i) \cdot (-6 + 1i) = -30 + 5i - 24i + 4i^2 = -30 + 5i - 24i - 4 = (-34 - 19i)$$

$$b) (-4 + 3i) \cdot (2 - 7i) = -8 + 28i + 6i - 21i^2 = -8 + 28i + 6i + 21 = (-29 + 34i)$$

**Ejercicios: multiplicar los siguientes números complejos**

a)  $(4 + 7i) \cdot (2 + 3i) =$

b)  $(-3 + 5i) \cdot (1 + 6i) =$

c)  $(2 - 8i) \cdot (3 - 1i) =$

d)  $(8 + 2i) \cdot (-4 + 8i) =$

## DIVISIÓN DE COMPLEJOS

*La División de dos números complejos, es igual a otro número complejo*

**Nota:** para seguir necesitamos definir:

**Complejo conjugado:**

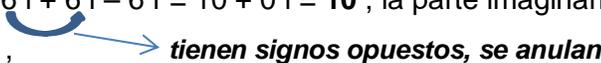
Llamamos complejo conjugado de un número complejo, a otro número complejo, que tiene la misma parte real del complejo dado y la misma parte imaginaria, sólo que a ésta le cambiamos el signo.

Ejemplos, dado el complejo  $(2 + 3i)$ , su complejo conjugado es  $(2 - 3i)$

$(-5 + 8i)$ , su complejo conjugado es  $(-5 - 8i)$

$(1 - 7i)$ , su complejo conjugado es  $(1 + 7i)$

Observemos que pasa si multiplicamos un complejo y su conjugado

$(2 + 3i) \cdot (2 - 3i) = 4 - 6i + 6i - 6i^2 = 10 + 0i = 10$ , la parte imaginaria da 0, la puedo sacar ,  **tienen signos opuestos, se anulan**

Entonces el producto de dos números conjugados es igual

## CENS POCITO - -3° AÑO - MATEMÁTICA

---

La **división** de dos **números complejos** expresados como fracción se efectúa **multiplicando** tanto el **numerador** como el **denominador** de dicha fracción **por el complejo conjugado del denominador** y, posteriormente, realizando las simplificaciones correspondientes hasta expresar el resultado de la forma **a + bi**, como un complejo en forma binómica

$(2 + 3i) : (4 + 5i)$  expresamos la división como fracción y multiplico por una nueva fracción formada por el complejo conjugado del denominador

$$\frac{(2 + 3i)}{(4 + 5i)} \xrightarrow{\text{multiplicar}} \frac{(2 + 3i)(4 - 5i)}{(4 + 5i)(4 - 5i)} = \frac{8 - 10i + 12i - 15i^2}{16 - 20i + 20i - 25i^2} = \frac{(23 + 2i)}{41}$$

Queda + 15  
Queda + 25

Entonces

$$(2 + 3i) : (4 + 5i) = \frac{(23 + 2i)}{41} = \frac{23}{41} + \frac{2}{41}i \quad \text{si distribuimos el denominador}$$

Ejemplo

$$(3 + 4i) : (1 - 6i) = \frac{(3 + 4i)(1 + 6i)}{(1 - 6i)(1 + 6i)} = \frac{3 + 18i + 4i + 24i^2}{1 + 6i - 6i - 36i^2} = \frac{-21 + 22i}{37}$$

queda - 24  
queda + 36

$$= \frac{-21}{37} + \frac{22i}{37}$$

Dividir:

- a)  $(3 + 5i) : (2 - 7i) =$
- b)  $(6 - 1i) : (4 + 2i) =$
- c)  $(4 + 3i) : (-1 + 2i) =$

# CENS POCITO - -3° AÑO - MATEMÁTICA

---

**Observación 1:** llamaremos por la letra  $Z$  a los complejos de la siguiente forma:

$$\text{Sea } Z_1 = (2 + 5i)$$

$$Z_2 = (3 - 4i)$$

$$Z_3 = (1 + 2i)$$

Luego para realizar operaciones se reemplazan las  $Z$  por sus valores binómicos.

Ejemplo: Hallar

a)  $Z_1 + Z_2 - Z_3 = (2 + 5i) + (3 - 4i) - (1 + 2i) =$  se resuelve como se ha visto antes

b)  $Z_1 \cdot Z_2 = (2 + 5i) \cdot (3 - 4i) =$

c)  $Z_2 : Z_3 = (3 - 4i) : (1 + 2i) =$

**Observación 2:** Estimados alumnos, toda la temática de matemática de 3° año es totalmente nueva para ustedes. Por lo que es comprensible que cueste su interpretación y comprensión. Observen los ejemplos y trabajen en sus hojas sobre las operaciones indicadas.

Dadas las circunstancias, lo ideal será indicarles bibliografía web ( videos), con demostraciones.

En dichos videos, las operaciones con complejos se explican dándoles nombre  $Z_1$  ,  $Z_2$  ,etc.

Video: <https://youtu.be/nudZJB-wQGk> En ese video encontraras todas las operaciones

Consultas : [elidacaballero21@gmail.com](mailto:elidacaballero21@gmail.com) - Celular 2644407579

---

**Respuestas:** Sumas: a)  $(7 + 9i)$ , b)  $(18 - 24i)$ , c)  $(15 + 0i)$ , d)  $(-1 + 4i)$

Multiplicaciones: a)  $(13 + 26i)$ , b)  $(-33 - 3i)$ , c)  $(-2 - 26i)$ , d)  $(-48 + 56i)$

Divisiones: a)  $\frac{-29 + 31i}{53}$  , b)  $\frac{22 - 16i}{20}$  , c)  $\frac{2 - 11i}{5}$

Recuerda # QUEDATE EN CASA ! Cuídate y cuida a tu familia!

