Docente: Elida Caballero

Año: 3° año

Turno: noche

Título: Ampliación del Campo Numérico: Números Complejos

Objetivo

-Resolver operaciones con números complejos

Contenidos

Esquema de la ampliación del campo numérico. Las operaciones: suma algebraica, multiplicación y división de complejos

Capacidades a desarrollar

#Cognitivas

- Comprensión de conceptos y propiedades en la resolución de ejercicios

#Procedimentales

-Cálculo de operaciones, aplicando propiedades de números complejos

#Actitudinales

-Esfuerzo en la búsqueda de resultados

-Análisis y reflexión sobre la lógica de los resultados obtenidos

Desarrollo

Esquema de revisión de los conjuntos vistos y ampliación del campo numérico con la introducción de las número Irracionales y los Complejos

Naturales

Unidos — *Enteros*

Negativos — *unidos* — Racionales

Fracciones — *unidos* — Reales

Irracionales — *unidos* — **Complejos**

Imaginarios

Se define que $i^2 = -1$ (i al cuadrado es igual a menos uno)

Observación : la definición anterior permite dar respuesta a las raíces de índice para y radicando negativo

Por ejemplo $\sqrt{-4}$ **= 2 i** , pues $(-2\ i)^2$ **= $(-2)^2 . I^2$ = 4. -1 = -4**

Forma de un número complejo

Un número complejo está formado por una parte real y una parte imaginaria.

Existen dos formas para escribirlos: forma binómica y forma de pares

Forma Binómica:

Por ejemplo el complejo (2 + 3 i)
- 2 es la pare real
- 3 es la parte imaginaria, acompañada de la letra "i"

Forma de pares

Sería el complejo (2 , 3)
- 2 es la parte real
- 3 es la parte imaginaria, separados por una coma

Observaciones a tener en cuenta para llevar a cabo el presente trabajo!!!

- ✓ *Nosotros trabajaremos los complejos en forma binómica.*
- ✓ *Debes tener, siempre papel, lápiz y goma; para ir transcribiendo y haciendo al mismo tiempo las demostraciones. Es una técnica para aprender, nuevos conceptos matemáticos. Ir haciendo a la par, ir viendo por qué cambian los signos, etc.* ***Recuerda que Matemática se hace, no se mira!!!***

Ejemplos de complejos en forma binómica

- (-4 + 2 i) , con -4 parte real y 2 parte imaginaria
- (8 – 6 i), con 8 parte real y -6 parte imaginaria
- (0,5 + 1 i), con 0,5 parte real y 1 parte imaginaria
- (0 - 1 i), con 0 parte real y -1 parte imaginaria
- (-4 + 0 i) con -4 parte real y 0 parte imaginaria
- (0 + 0 i) con 0 parte real y 0 parte imaginaria

SUMA DE COMPLEJOS

La suma de complejos es otro número complejo, cuya parte real es la suma de las partes reales y la partes imaginaria es la suma de las partes imaginarias

<u>Nota</u>: cuando hablamos de suma nos referimos a suma algebraica

Ejemplos

a) (5 + 4 i) + (-2 + 7 i) + (1 – 6 i) = (5 – 2 +1) + (4 + 7 -6) = (4 + 5 i)
b) (-8 + 2 i) + (4 - 3 i) – (6 -1 i) = (-8 + 4 – (+6)) + (2 – 3 – (-1)) =(- 10 + 0 i)
   - +
   Cuidado ese negativo cambia los signos del complejo siguiente
c) (-2 – 4 i) + (-3 - 9 i) – (- 7 – 8 i) = (-2 - 3 + 7) + (- 4 - 9 + 8) = (2 – 5 i)

Ejercicio , sumar los siguientes números complejos

a) (10 + 5 i) + (- 3 + 4 i) =
b) (- 2 – 9 i) + (8 – 7 i) + (12 – 8 i) =
c) (20 -10 i) – (2 - 4 i) + (- 7 + 6 i) =
d) (8 + 11 i) + (-10 – 5 i) – (-1 + 2 i) =

MULTIPLICACIÓN DE COMPLEJOS

Para multiplicar números complejos se aplica la propiedad distributiva y luego se agrupa partes reales y partes imaginarias

Ejemplo:

(2 + 3 i) . (4 + 5 i) = 2.4 + 2.5 i + 3 i.4 + 3 i.5 i =

8 + 10 i + 12 i + 15. i^2 Recuerda!! como i^2= -1,

8 + 10 i + 12 i – 15= -7 +22 i ,

Agrupamos real con real e imaginario con imaginario, es decir que ese i^2 , solo cambia el signo del último término , convirtiéndolo en real, para que se agrupe con el otro número real.

Nota: También hay que tener en cuenta la ***regla de los signos*** en la propiedad distributiva

Ejemplos:

a) (5 + 4 i) . (- 6 + 1 i) = - 30 + 5 i – 24 i + 4.i^2 = -30 + 5 i – 24 i – 4 = (-34 -19 i)

b) (-4 + 3 i) . (2 – 7 i) = - 8 + 28 i + 6 i – 21 i^2 = -8 +28 i + 6 i + 21 = (-29 + 34 i)

Ejercicios: multiplicar los siguientes números complejos

a) (4 + 7 i) . (2 + 3 i) =
b) (-3 + 5 i) . (1 + 6 i) =
c) (2 – 8 i) . (3 – 1 i)=
d) (8 + 2 i) . (-4 + 8 i) =

DIVISIÓN DE COMPLEJOS

La División de dos *números complejos , es igual a otro número complejo*

Nota: para seguir necesitamos definir:

Complejo conjugado:

Llamamos complejo conjugado de un número complejo, a otro número complejo, que tiene la misma parte real del complejo dado y la misma parte imaginaria, sólo que a ésta le cambiamos el sigo.

Ejemplos, dado el complejo (2 + 3 i) , su complejo conjugado es (2 – 3 i)

(-5 + 8 i) , su complejo conjugado es (-5 – 8 i)

(1 – 7 i), su complejo conjugado es (1 + 7 i)

Observemos que pasa si multiplicamos un complejo y su conjugado

(2 + 3 i) . (2 – 3 i)= 4 - 6 i + 6 i – 6 i^2= 10 + 0 i = **10** , la parte imaginaria da 0, la puedo sacar , ***tienen signos opuestos, se anulan***

Entonces el producto de dos números conjugados es igual

La **división** de dos **números complejos** expresados como fracción se efectúa **multiplicando** tanto el **numerador** como el **denominador** de dicha fracción **por el complejo conjugado del denominador** y, posteriormente, realizando las simplificaciones correspondientes hasta expresar el resultado de la forma **a + b*i*.**, como un complejo en forma binómica

(2 + 3 I) : (4 + 5 i) expresamos la división como fracción y multiplico por una nueva fracción formada por el complejo conjugado del denominador

multiplicar

Queda + 15

$$\frac{(2+3i)}{(4+5i)} = \frac{(2+3i)}{(4+5i)} \times \frac{(4-5i)}{(4-5i)} = \frac{8-10i+12i-15i^2}{16-\cancel{20}i+\cancel{20}i-25i^2} = \frac{(23+2i)}{41}$$

Queda + 25

Entonces

$$(2+3i):(4+5i) = \frac{(23+2i)}{41} = 23/41 + 2/41\, i$$ si distribuimos el denominador

Ejemplo

$(3+4i):(1-6i) =$

queda - 24

$$\frac{(3+4i)}{(1-6i)} = \frac{(3+4i)}{(1-6i)} \times \frac{(1+6i)}{(1+6i)} = \frac{3+18i+4i+24i^2}{1+\cancel{6}i-\cancel{6}i-36i^2} = \frac{-21+22i}{37}$$

queda + 36

$$= \frac{-21}{37} + \frac{22i}{37}$$

Dividir:

a) $(3+5i) : (2-7i) =$
b) $(6-1i) : (4+2i) =$
c) $(4+3i) : (-1+2i) =$

Observación 1: llamaremos por la letra Z a los complejos de la siguiente forma:

Sea Z_1= (2 + 5 I)

Z_2 = (3 – 4 I)

Z_3 = (1 + 2 I)

Luego para realizar operaciones se reemplazan las Z por sus valores binómicos.

Ejemplo: Hallar

a) $Z_1 + Z_2 - Z_3$ = (2 + 5 I) + (3 – 4 I) – (1 + 2 I) = se resuelve como se ha visto antes
b) $Z_1 . Z_2 =$ (2 + 5 I) . (3 – 4 I) =
c) $Z_2 : Z_3$ = (3 – 4 i) : (1 + 2 i)=

Observación 2: Estimados alumnos, toda la temática de matemática de 3° año es totalmente nueva para ustedes. Por lo que es comprensible que cueste su interpretación y comprensión. Observen los ejemplos y trabajen en sus hojas sobre las operaciones indicadas.
Dadas las circunstancias, lo ideal será indicarles bibliografía web (videos), con demostraciones.
En dichos videos, las operaciones con complejos se explican dándoles nombre Z_1 , Z_2 ,etc.

Video: https://youtu.be/nudZJB-wQGk En ese video encontraras todas las operaciones

Consultas : elidacaballero21@gmail.com - Celular 2644407579

Respuestas: Sumas: a) (7 + 9i), b) (18 – 24 i), c) (15 + 0 i), d) (-1 + 4i)

Multiplicaciones: a) (13 + 26 i), b) (-33 – 3 i), c) (-2 – 26 i), d) (-48 + 56 i)

Divisiones: a) $\frac{-29 + 31 i}{53}$, b) $\frac{22 - 16 i}{20}$, c) $\frac{2 - 11 i}{5}$

Recuerda # QUEDATE EN CASA ! Cuídate y cuida a tu familia!