

EPET 4

GABRIEL E. CALANI

SEXTO AÑO CUARTA DIVISION

TURNO MAÑANA

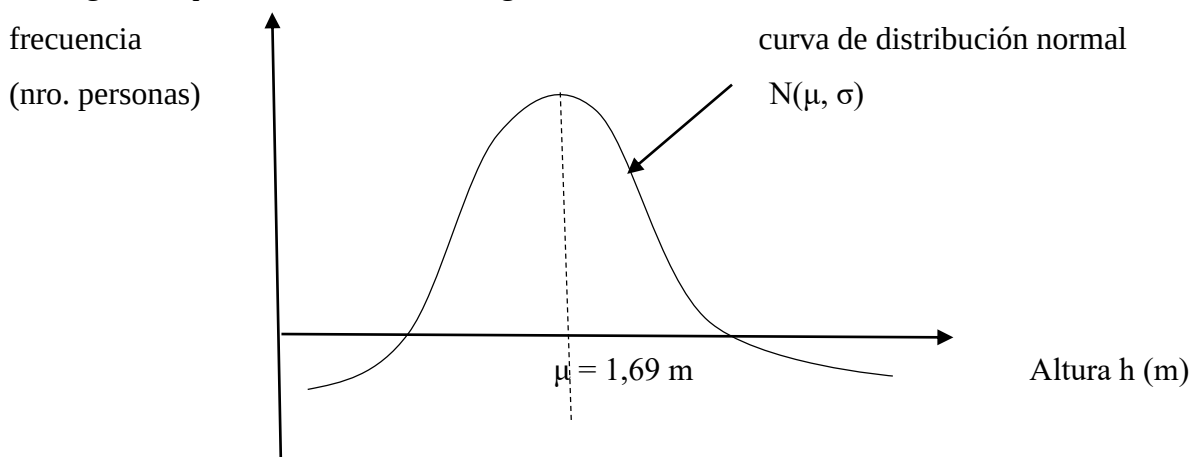
MATEMÁTICA III

GUIA 6 - SEGUNDO TRIMESTRE

¿QUÉ ES LA DISTRIBUCIÓN NORMAL?

Nos acerquemos a la idea mediante un ejemplo. Sea estudiar las alturas de una determinada población. Primero anotamos el número de personas, es decir la frecuencia de personas que tienen cada altura desde las más bajas hasta las más altas. Supongamos que la media poblacional obtenida es $\mu = 1,69$ m. Este será el punto más alto de la curva, porque es el punto de mayor frecuencia. Por ende este punto también coincide con la moda. Además este punto deja a izquierda y a derecha los porcentajes de personas más bajas y más altas en cantidades iguales. Por lo tanto también es la mediana.

El gráfico que se obtiene es de la siguiente forma.



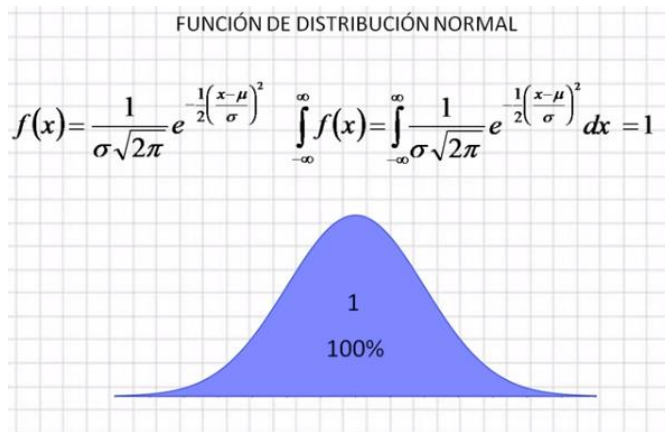
Esta curva de distribución normal siempre tiene como valor central la media poblacional y tiene asociada siempre una desviación típica σ . En el caso de distribuciones heterogéneas la curva se achata lentamente porque σ es grande. En el caso de distribuciones homogéneas la curva es empinada porque σ es chica.

FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN NORMAL

Carl Friedrich Gauss determina la función que contiene a μ y a σ , que es simétrica, tiene por asíntota horizontal al eje x, y el área entre la función y el eje horizontal es igual a 1.

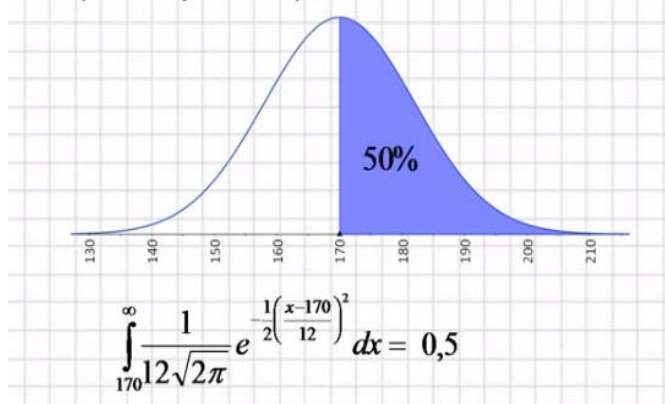
Ejemplo: Supongamos que en un determinado país la estatura de la población adulta sigue una distribución normal de media 170 cm y desviación típica igual a 12 cm. Es decir $\mu = 170$ cm, $\sigma = 12$ cm.

Reemplazando μ y σ en $f(x)$ se obtiene la curva de gauss.



2

Luego si queremos contestar, ¿Qué porcentaje de población tiene altura mayor a μ ?
 ¿Qué porcentaje de esa población mide más de 170 cm?

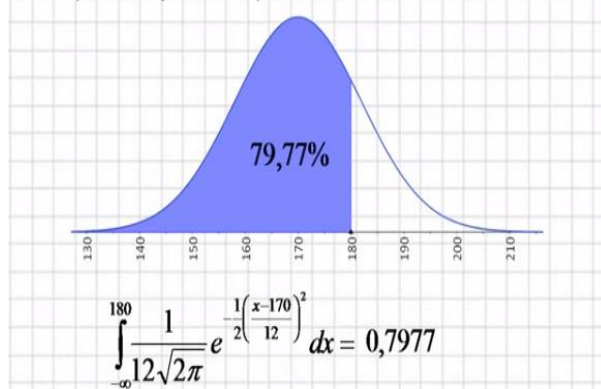


Cómo la curva es simétrica, el 50% de la población estudiada tendrá una altura mayor a la media de 1,70 m.

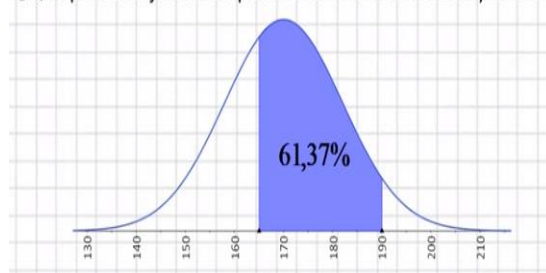
La S estirada indica la función integral que se ocupa de hallar el área debajo de la curva, en este caso desde 1,7 m hasta el infinito ∞ y resulta igual a la $\frac{1}{2}$ de 1.

Otras preguntas que nos podemos contestar:

¿Qué porcentaje de esa población mide menos de 180 cm?

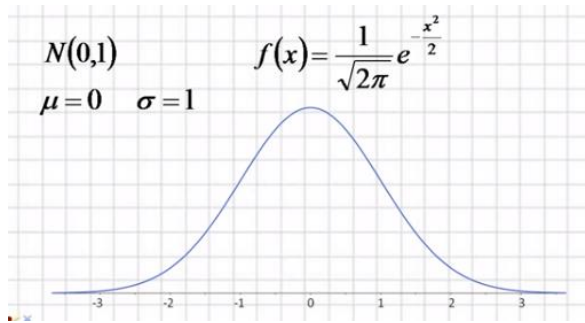


¿Qué porcentaje de esa población mide entre 165 y 190 cm?



El porcentaje de la población con una estatura menor a 1,8 m resulta del área comprendida debajo de la curva desde $-\infty$ hasta 1,8m y representa 79,77%. Por otro lado el porcentaje de la población con una estatura comprendida entre 1,65 m y 1,9 m está dada por el área debajo de la curva entre dichas medidas y representa el 61,37%.

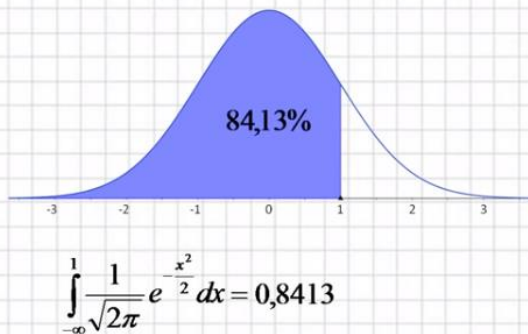
CURVA DE DISTRIBUCIÓN NORMAL ESTÁNDAR



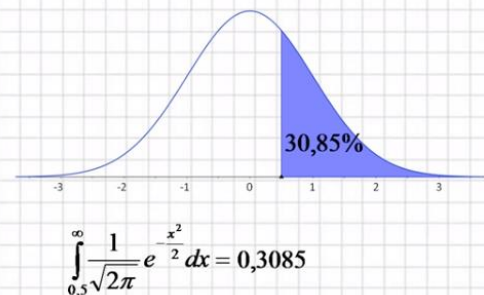
Se trata de una campana de Gauss en la que la media poblacional es $\mu = 0$ y la desviación típica es $\sigma = 1$. Es decir $N(0,1)$.

Así podremos contestar cuestiones como las siguientes:

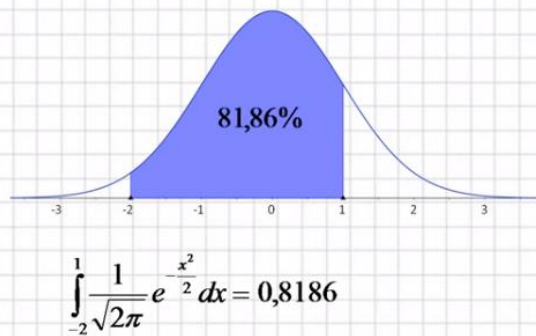
¿Qué porcentaje queda por debajo del valor 1?



¿Qué porcentaje queda por encima del valor 0,5?



¿Qué porcentaje queda entre -2 y 1?



El % debajo del valor 1 resulta ser el área debajo de la curva entre $-\infty$ y 1. El % por encima del valor 0,5 resulta ser el área debajo de la curva entre 0,5 y $+\infty$.

El % entre -2 y 1 resulta ser el área debajo de la curva entre esos valores

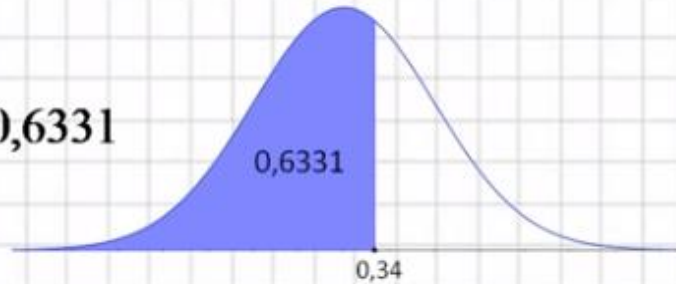
Pero la gran pregunta es: ¿Cómo se calculan las integrales que nos dan las áreas debajo de la curva de gauss? La respuesta es: Utilizando la Tabla de distribución Normal $N(0,1)$. Nos da el resultado de muchas integrales directamente.

Pero la tabla tiene dos condiciones para utilizarla:

1. Que la distribución sea $N(0,1)$.
2. La tabla sólo nos da el área que queda por debajo de un número positivo. Es decir que nos permite hallar la probabilidad de que nuestro valor Z sea menor que un determinado valor de z . Esto se simboliza $P(Z \leq z)$, donde z es el valor que busco en tabla. Veamos un ejemplo en el que se ve como hay que entrar en tabla.

¿Qué área queda por debajo del valor 0,34?

$$P(Z \leq 0,34) = 0,6331$$



z	,00	,01	,02	,03	,04	,05	,06
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454

Se entra con el valor de los enteros con décimos por la izquierda y con el valor de los centésimos por arriba. En la intersección se obtiene el área de la curva que está por debajo del valor $z = 0,34$, que multiplicado por 100 nos da el porcentaje de probabilidad de encontrar un valor menor o igual a 0,34.

Entre

en

https://www.ieszaframagon.com/maticas/estadistica/var_aleatoria/tema5_5.html

e

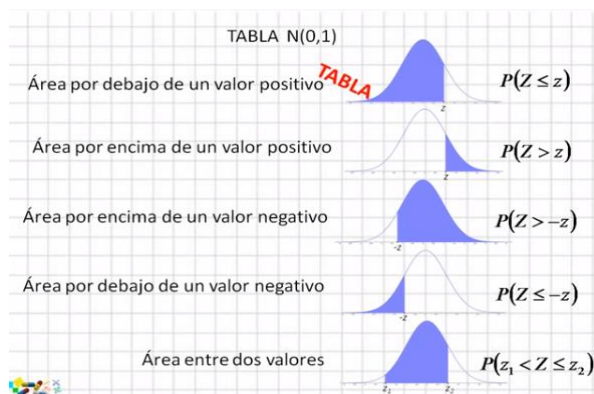
imprima una tabla de distribución estándar $N(0,1)$. Con ella resuelva los ejercicios:

1. ¿Qué área queda por debajo del valor 1,26?
2. ¿Qué área queda por debajo del valor 1?

Pero surgen preguntas: ¿Cómo calculo el área que queda por encima de un determinado valor?

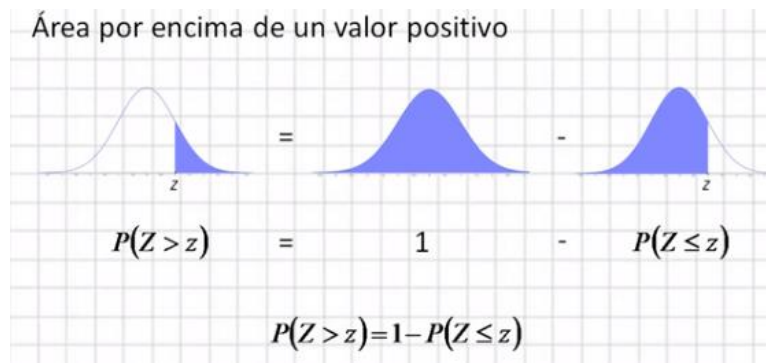
¿Y si el valor es negativo?

Los posibles casos de cálculo de área que se nos pueden presentar:



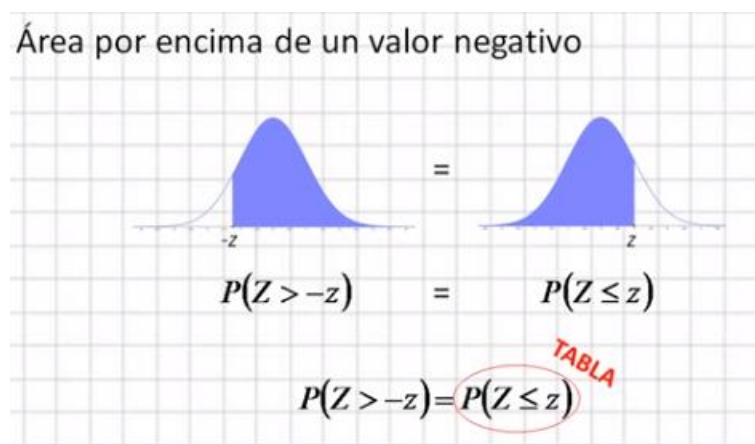
Donde hasta el momento sólo estamos en condiciones de resolver el primer caso planteado con la tabla $N(0,1)$. Analizaremos a continuación cómo resolver los casos restantes.

Caso del cálculo del área por encima de un valor positivo: Como la campana de gauss es simétrica podemos decir que la probabilidad de encontrar un valor de Z por encima de un valor z es igual a 1 (área total) menos la probabilidad de encontrar un valor de Z por debajo de z . Tal como se muestra a continuación:

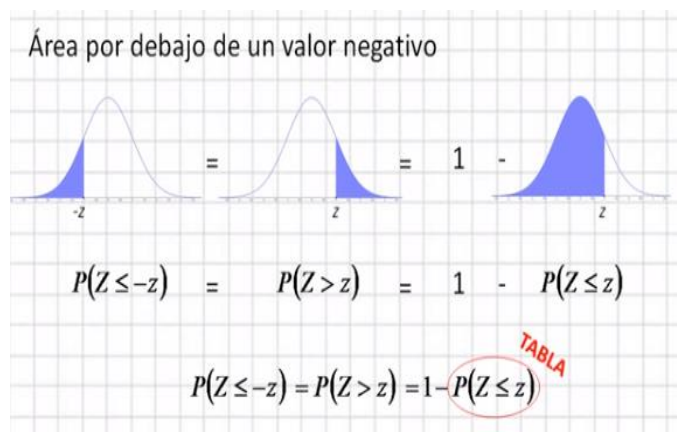


5

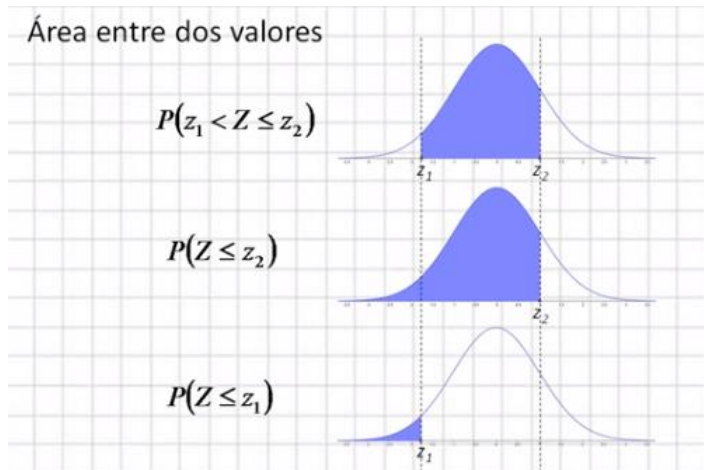
Caso del cálculo del área por encima de un valor negativo: Por simetría podemos decir que el área por encima de un valor negativo es igual al área que queda por debajo de ese valor positivo.



Caso del cálculo de un área por debajo de un valor negativo: Por simetría diremos que será igual al área por encima de ese valor positivo y por ende igual a 1 menos el área debajo de z .



Caso del cálculo del área entre dos valores: considerando lo siguiente,



Resulta entonces:

$$P(z_1 < Z \leq z_2) = P(Z \leq z_2) - P(Z \leq z_1)$$

TABLA *TABLA*

Ejercicios: 1. Calcular:

a) $P(Z \leq 1,25) =$

b) $P(Z > 0,64) =$

c) $P(Z > -1,58) =$

d) $P(Z \leq -1) =$

e) $P(0,43 \leq Z \leq 1,17) =$

f) $P(-0,43 \leq Z \leq 1,17) =$

2. Dada una distribución $N(0,1)$, ¿Qué valor de z deja por debajo de sí al 97,5% de la población? Para resolver debe entrarse en la tabla con el valor 0,9750 y extraer z .

3. Dada una distribución $N(0,1)$, ¿Qué valor de z deja por encima de sí al 25,14% de la población? El inicio de la resolución es similar al problema anterior pero tiene un paso más.

DIRECTORA: Roldán Claudia