Propuesta pedagógica n° 2 - Fines I – 2020

Escuela Secundaria Capitán de Fragata Carlos María Moyano

Docente: ***Silvana Andrea Benega***

Espacio curricular : ***Matemática – 4° año***

Título de propuesta: Sistema de ecuaciones de primer grado

Contacto: WhatsApp 2644108117

Sistema de ecuaciones lineales

Un ***sistema de ecuaciones lineales*** *es un conjunto de ecuaciones (lineales) que tienen más de una incógnita. Las incógnitas aparecen en varias de las ecuaciones, pero no necesariamente en todas. Lo que hacen estas ecuaciones es relacionar las incógnitas entre sí*

Ejemplo de un sistema:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 1 \\ x - 5y = 6 \end{cases}$$

Es un sistema de **dos** ecuaciones con **dos** incógnitas (x e y.

Resolver un sistema *de ecuaciones consiste en encontrar el valor de cada incógnita para que se cumplan todas las ecuaciones del sistema*

La solución al sistema del ejemplo anterior es

$$x = 1$$
$$y = -1$$

Pero no siempre existe solución, o bien, pueden existir infinitas soluciones. Si hay una única solución (un valor para cada incógnita, como en el ejemplo anterior) se dice que el sistema es ***compatible determinado****. En esta guía sólo se estudian los sistemas determinados.*

Para resolver un sistema (compatible determinado) necesitamos tener ***al menos*** *tantas ecuaciones como incógnitas.*

En este curso resolvemos sistemas de dos ecuaciones (lineales) con dos incógnitas mediante los ***métodos*** *que describimos a continuación, que se basan en la obtención de una ecuación de primer grado.*

- ***Método gráfico***
- ***Métodos analíticos***
  - *Método de sustitución:*
  - *Método de reducción:*
  - *Método de igualación:*

Método gráfico

el método gráfico consiste en representar las gráficas asociadas a las ecuaciones del sistema para deducir su solución. La solución del sistema es el punto de intersección entre las gráficas. La razón de ello es que las coordenadas de dicho punto cumplen ambas ecuaciones y, por tanto, es la solución del sistema.

Como vamos a trabajar con ***sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas*** *(x e y), la gráfica de cada ecuación es una recta. Como consecuencia, la intersección de las gráficas es un único punto (a,b)(a,b) y la solución del sistema es* $\boldsymbol{x = ax = a}$ e $\boldsymbol{y = by = b}$*. Sin embargo, veremos dos ejemplos de casos especiales: un sistema sin solución (rectas paralelas) y un sistema con infinitas soluciones (rectas iguales).*

Obviamente, para poder aplicar el método gráfico debemos saber representar las gráficas de las rectas. Nosotros lo haremos uniendo puntos calculados previamente.

Terminaremos con un sistema de dos inecuaciones (o desigualdades). En este caso, la solución del sistema es la intersección de dos regiones del plano.

Recordamos que ***la solución de un sistema*** *de ecuaciones son los valores de las incógnitas* ***x*** *e* ***y*** *que hacen que se verifiquen* ***todas las ecuaciones*** *del sistema.*

Ejemplo: *Resolver gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones:*

$$\begin{cases} y - 2x = 0 \\ y + x = 3 \end{cases}$$

*Lo primero que hacemos es despejar la **y** en ambas ecuaciones.*

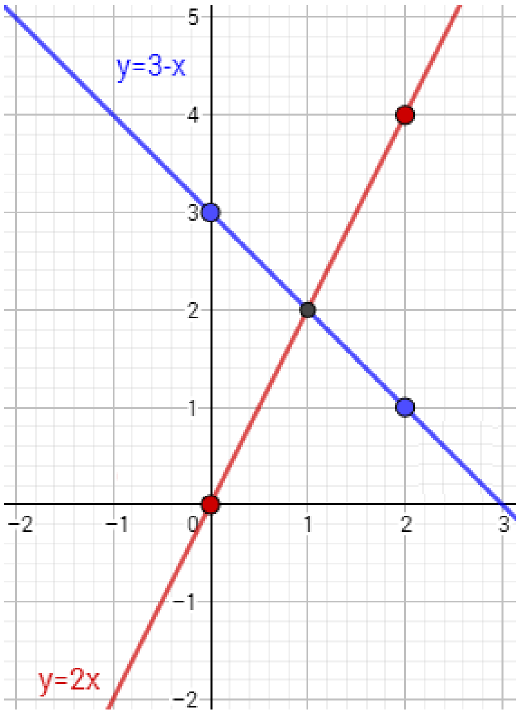
Primera ecuación: $y - 2x = 0 \rightarrow$

$$y = 2x$$

Segunda ecuación: $y + x = 3 \quad \rightarrow$

$$y = 3 - x$$

Graficamos las recta utilizando la pendiente y ordenada



La solución del sistema es el punto donde las gráficas se cortan:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

Métodos analíticos.

- ✓ ***Método de sustitución:*** *consiste en despejar o aislar una de las incógnitas (por ejemplo,* ***x****) y sustituir su expresión en la otra ecuación. De este modo, obtendremos una ecuación de primer grado con la otra incógnita,* ***y****. Una vez resuelta, calculamos el valor de* ***x*** *sustituyendo el valor de* ***y*** *que ya conocemos.*

- ***Método de reducción:*** *consiste en operar entre las ecuaciones como, por ejemplo, sumar o restar ambas ecuaciones, de modo que una de las incógnitas desaparezca. Así, obtenemos una ecuación con una sola incógnita.*
- ***Método de igualación:*** *consiste en aislar en ambas ecuaciones la misma incógnita para poder igualar las expresiones, obteniendo así una ecuación con una sola incógnita*

Ejemplo Resuelto; *Por los tres métodos, recuerde que tanto si se resuelve por método grafico como cualquiera de los métodos analíticos la solución es la misma.*

Por sustitución

$$\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-y=0 \end{cases}$$

Despejamos en la primera ecuación la ***x***

$$x+y=3 \rightarrow \quad x=3-y$$

Y la sustituimos en la segunda

$$2x-y=0 \quad \rightarrow$$

$$2(3-y)-y=0 \quad \rightarrow$$

$$6-2y-y=0 \quad \rightarrow$$

$$6-3y=0 \quad \rightarrow$$

$$6=3y \quad \rightarrow$$

$$y=\frac{6}{3}=2$$

Calculamos x sabiendo ***y=2***

$$x=3-y=3-2=1$$

Por tanto, la solución del sistema es

$$\boxed{x=1, \ \ y=2}$$

Por igualación

Despejamos en ambas ecuaciones la ***y***

$$\begin{array}{lcl} x+y=3 & \rightarrow & y=3-x \\ 2x-y=0 & \rightarrow & y=2x \end{array}$$

Como ***y=y*** *, igualamos las expresiones y resolvemos la ecuación:*

$$3 - x = 2x \quad \rightarrow$$

$$3 = 3x \quad \rightarrow$$

$$x = \frac{3}{3} = 1$$

Ahora, sustituimos el valor de la incógnita x=1x=1 en la primera de las ecuaciones anteriores para calcular ***y.***

$$y = 3 - x = 3 - 1 = 2$$

Por tanto, la solución del sistema es

$$\boxed{x = 1, \ \ y = 2}$$

Por reducción

Para sumar las ecuaciones y que desaparezca una de las dos incógnitas, los coeficientes de dicha incógnita deben ser iguales pero de signo distinto. Para ello, multiplicamos por -2 la primera ecuación.

Después, sumamos las ecuaciones y resolvemos la ecuación obtenida:

$$\begin{aligned} x + y &= 3 \\ 2x - y &= 0 \end{aligned}$$

$$\downarrow$$

$$\begin{array}{r} -2x - 2y = -6 \\ 2x \ \ - y = \ \ 0 \\ \hline 0x - 3y = \ -6 \end{array}$$

$$\downarrow$$

$$-3y = -6$$

$$\downarrow$$

$$y = \frac{-6}{-3} = 2$$

Finalmente, sustituimos el valor de y=2y=2 en la primera ecuación y la resolvemos:

$$x + y = 3 \quad \rightarrow$$

$$x + 2 = 3 \quad \rightarrow$$

$$x = 3 - 2 = 1$$

Por tanto, la solución del sistema de ecuaciones es

$$\boxed{x = 1,\ \ y = 2}$$

Actividades

Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones gráfica y analíticamente

1) $\begin{cases} 4 + x = 2y \\ 2x - y = 1 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x + y = 19 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x - y = 5 \\ x + 2y = -1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x = \dfrac{3y - 5}{2} \\ 2y + x = 15 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 2x = y - 2 \\ 3x = 5y + 4 \end{cases}$

6) $\begin{cases} 2x = 12 + 2y \\ 3y - 2x = 5y \end{cases}$