GUÍA N°3: Proporcionalidad y Expresiones Algebraicas

FinEs III: Trayecto secundario completo

Escuela Castelli CENS zona oeste 700107700

Docente: Cowper, María Marta

Área Curricular: Matemática.

- Contenido Seleccionado
  - Magnitudes directamente proporcionales
  - Porcentajes
  - Expresión Algebraica: Polinomio

- Desarrollo de Actividades
  - Compresión del conceptos de magnitudes proporcionales
  - Identificación de magnitudes no proporcionales
  - Comprensión y resolución de problemas
  - Cálculo de porcentajes
  - Cálculo del valor numérico de expresiones algebraicas
  - Simplificación de polinomios juntando términos semejantes mediante operaciones.

- Recursos Propuestos
  - PROPORCIONALIDAD DIRECTA Super facil
    https://www.youtube.com/watch?v=nP9SwAqhVTI

Actividad 1

El tanque de nafta de un auto tiene una capacidad de 55 litros. Se sabe que con 1 litro de nafta, a velocidad constante, recorre 8 km.

a) ¿Cuántos km puede recorrer con 5 litros de nafta? ¿Y con la mitad del tanque? ¿Y con el tanque lleno?
Si el tanque esta vacío, ¿cuántos km puede recorrer?
b) Para recorrer 240 km, ¿Cuántos litros de nafta se necesitan? ¿y para recorrer 160 km?
c) Represente en un sistema de ejes cartesianos los valores que se corresponden, ubique la variable ¨Litros de nafta¨ sobre el eje x, y la variable ¨Distancia recorrida¨sobre el eje y.

Tabla sugerida

Litros	1	5	27,5	55	0		
Distancia	8					240	160

¿Cuándo dos magnitudes son proporcionales?

En el ejercicio anterior, el análisis del cambio entre la distancia recorrida y el consumo de nafta nos permite enunciar ciertas propiedades:

1. A **0** litros de nafta corresponden **0** km recorridos
2. Al **doble** de litros **corresponde el doble** de kilómetros recorridos (lo mismo si multiplicamo por 5, 10, o por 0,5 … etc)
3. Cada vez que agregamos un litro de nafta (avanzamos 1 sobre el eje x), el auto recorre 8 km más (avanzamos 8 km sobre el eje y) , y esto independientemente del punto que tomemos de partida.

Porque se cumplen estas propiedades, el espacio recorrido es ***Proporcional*** al consumo.

La representación gráfica de esta ley de correspondencia es ***una recta que pasa por el origen*** de coordenadas.

Analicemos lo siguiente:

Para hacer 4 km, se consumen 0,5 litros de nafta, para hacer 8 km se consume 1 litro, para hacer 16 km se consumen 2 litros, y asi… vemos que hay cierta regularidad. ¿Cuál es?

Es la que proviene de la propiedad 3: cada 8 km recorridos se consume 1 litro de nafta.

A este valor constante, 8, se lo llama ***Coeficiente de proporcionalidad.***

Lo hallamos de la siguiente manera,

$$\frac{4}{0{,}5} = 8\,; \qquad \frac{8}{1} = 8\,; \qquad \frac{16}{2} = 8\,; \qquad \frac{24}{3} = 8\,; \qquad \frac{32}{4} = 8 \quad \ldots \qquad \frac{64}{8} = 8 \quad \ldots$$

Ahora, recordemos y analicemos que pasaría con el ejemplo del taxi visto en la guía 2

Si bien la tarifa del taxi aumenta con el tiempo recorrido, ***no lo hace proporcionalmente***. ¿Porqué? Veamos la relación entre el costo del taxi y el tiempo recorrido.

Si tomamos como tiempo 0 cuando nos subimos al taxi, en ese momento ya nos cobran la bajada de bandera de $50. Es decir, no se cumple la propiedad 1, que al valor de 0 para el tiempo, le hace corresponder $0.

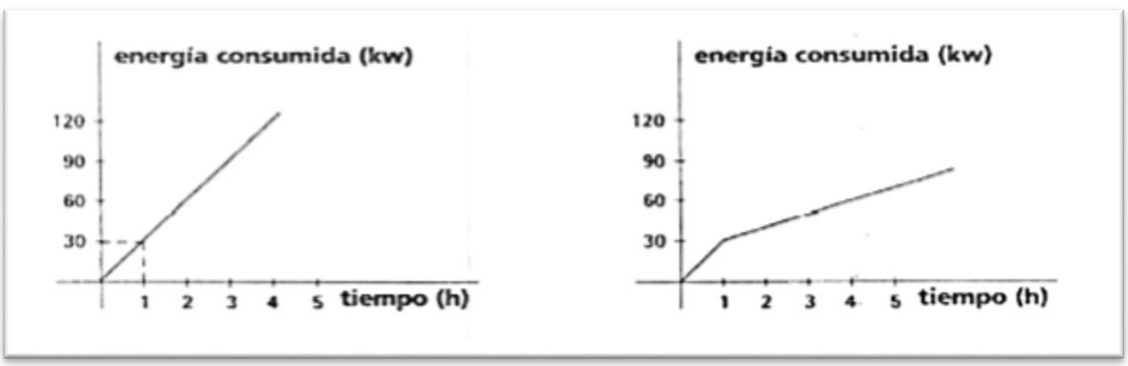
Además, no es cierto que al triple del tiempo corresponde el triple de dinero, por ejemplo, en 10 minutos son $150 y en 30 minutos $350, por lo cuál tampoco se verifica la propiedad 2.

En la naturaleza y en la vida cotidiana hay una gran variedad de fenómenos que se comportan de manera proporcional. Así, el peso de un cable es proporcional a la longitud del cable, los impuestos son proporcionales al consumo del servicio, etc.

Sin embargo, hay muchos casos que parecen comportarse de manera proporcional y no es así.

Actividad 2

Los siguientes gráficos muestran la relación entre el consumo de energía y el tiempo de funcionamiento de dos máquinas indistriales:



a) ¿Cuánto consume la primera máquina en 1 hora? ¿Y en 3 horas? Y en 30 minutos?
b) ¿Cuánto consume la segunda máquina en 1 hora? ¿Y en 4 hs?
c) ¿En cuál de los dos casos el consumo de combustible es directamente proporcional al tiempo de funcionamiento? Justifique la respuesta.

Actividad 3

En la fiesta de cumpleaños de Ana habían 3 niños cada 2 niñas. Si habían 9 niños en total, cuantas niñas habían en la fiesta?

Un caso Especial de Proporcionalidad: Porcentajes

Para favorecer el número de inscriptos en un plan de viviendas, una empresa ofrece: ´Veinte por ciento de descuento en la cinco primeras cuotas´. ¿Qué significa eso?

Quiere decir que si la cuota vale $100 descuenta $20. Si la cuota es de $200, hay que pagar $160 porque descontaron $40. Si la cuota es de $300 decuentan $60.

Si hacemos los cocientes entre el monto descontado y el monto total, obtenemos:

$$\frac{20}{100} = \frac{40}{200} = \frac{60}{300}$$

El coeficiente de proporcionalidad es, justamente, 20 por cada 100. (20%)

Esta relación de proporcionalidad con 100 es lo que llamamos ***porcentaje***.

Actividad 4

a) En una caja de leche en polvo de 800 gr se lee: ´lleva 15 % gratis´ ¿Cuántos gramos de leche gratis contiene el envase?
b) En una fiesta se encuentran 200 personas de las cuales 18 son niños, ¿cuál es el porcentaje de niños sobre el total de asistentes?

<u>**Expresiones Algebraicas**</u>

Estudiaremos ahora, las expresiones algebráicas en general y polinomios en particular.

Una expresión algebraica es aquella en la que se utilizan letras, números y signos de operaciones.

Ejemplo 1: Expresar el valor del perímetro de un terreno rectangular.

Si suponemos que mide "x" metros de largo e "y" metros de ancho, obtendremos:

Perímetro: 2x + 2y

<u>Valor numérico de una expresión algebraica</u>

Si en una expresión algebráica se sustituyen las letras por números y se realiza la operación indicada se obtiene un número que es el "valor númerico" de la expresión algebraica para los valores de las letras dados.

En el **ejemplo 1**, si el largo del terreno fueran 50m (x= 50) y el ancho 30m (y= 30), el valor numérico de:

Perímetro = 2·50 + 2·30 = 100 + 60 = 160 m

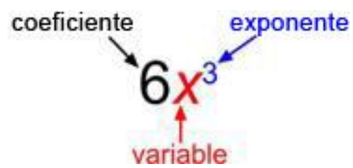
Polinomios

Como dijimos, las expresiones algebraicas se crean al combinar números y variables (letras) usando operaciones de suma, resta, multiplicación, división y exponenciación.

Los monomios (y polinomios en general) pueden tener más de una variable, pero en esta guía, sólo trabajaremos con polinomios de una sola variable.

Monomios

Un monomio es un término que puede ser un número, una variable, o el producto de un número y variables con un exponente. La parte numérica del término se llama ***coeficiente***.



El coeficiente puede ser cualquier número real, incluido el 0. El exponente de la variable debe ser un número entero 0, 1, 2, 3 no negativo.   El valor del exponente es el **grado** del monomio.

Actividad 5

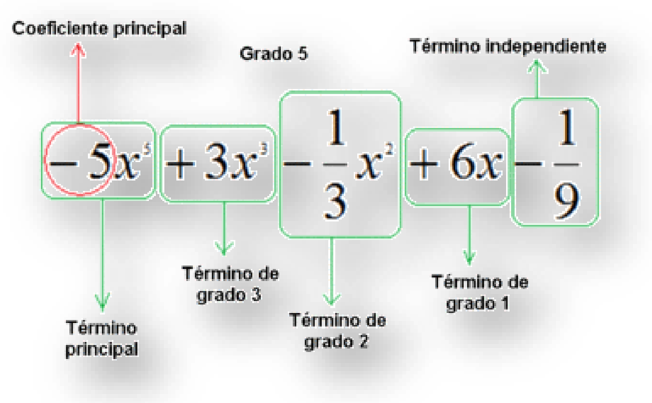
Elija la opción correcta y justifique

Identifica el coeficiente, la variable, y el exponente de $3x$.

A. La variable es x, el exponente es 3, y el coeficiente es 1.
B. La variable es x, el exponente es 0, y el coeficiente es 3.
C. La variable es x, el exponente es 1, y el coeficiente es 3.

Un ***polinomio*** es la suma o resta de 1 o más monomios. Cada monomio se llama el **término** del polinomio.

Los polinomios se clasifican de acuerdo a su grado. El grado del polinomio es el grado de su término más alto. En el ejemplo, el grado es 5.



Dos o más términos en un polinomio son ***términos semejantes*** si tienen la misma variable con el mismo exponente. Por ejemplo, $3x^2$ y $-5x^2$ son términos semejantes: Ambos tienen a x como la variable, y el exponente es 2 para ambos.

Sin embargo, $3x^2$ y $3x$ no son términos semejantes, porque sus exponentes son distintos.

Operaciones con polinomios:

<u>La suma y la resta</u>

Cuando tengo 2 términos no semejantes, la suma se deja indicada. Por ejemplo, la suma de x^2 $y\ de$ $3x$, es igual al binomio $x^2 + 3x$.

Cuando los términos son semejantes, la suma se reduce a sumar los valores de los coeficientes y dejo la misma variable , por ejemplo, la suma de $5x$ y de $2x$ es igual a $7x$.

Veamos otro ejemplo:

- $3x + 5 - x + 9 = \ (3 - 1)\,x + \ 5 + 9 = \ 2x + 14$
  Sumo términos con x por un lado y números solos por otro lado

<u>El producto (multiplicación)</u>

Para multiplicar dos polinomios tan sólo debe aplicarse la propiedad distributiva, multiplicando todos los términos de un polinomio por todos los términos del otro, sumando el resultado.

Por ejemplo:

- $3x\,.\,5x = 3.5.x.x = 15x^2$
- $(2x + 4).x = 2x^2 + 4x$

<u>El cociente (división)</u>

Para dividir un polinomio entre un monomio se aplica la propiedad distributiva de modo que cada término del polinomio quede dividido entre el divisor.

Por ejemplo:

$$(4x^2 - 6x) : \ 2x = \ \underbrace{(4:2)}_{2}\ \underbrace{(x^2:x)}_{x}\ - \underbrace{(6:2)}_{3}.(x:x)$$

Actividad 6:

Opere los siguientes polinomios:

1) $5x - 8 + 3x - x =$ 2) x.(x+1) = 3)$16x$: 4 =