

Guía Pedagógica N° 10

Escuela: CENS N° 69

Curso: 2°1°-2°2°-2°3°

Docentes: Silvana Esbry, Hugo Mercado y Laura León

Turno: Noche

Área Curricular: Matemática

Título de la propuesta: Raíces de la Función Cuadrática

Contenidos: Raíces de la Función Cuadrática. Raíces reales y distintas. Raíces reales y coincidentes. Raíces complejas conjugadas. Determinación del tipo de raíces usando discriminante.

Objetivos:

- Encontrar las raíces de una función cuadrática usando la fórmula de Bhaskara
- Identificar las distintas raíces que puede presentar una función cuadrática.
- Usar el discriminante para determinar que tipo de raíces presenta una función cuadrática.

|

Raíces de una Función cuadrática

Las raíces de una función cuadrática son los puntos de intersección de la gráfica con el eje x, es decir que $f(x)=0$.

Para determinar las raíces de la función cuadrática se procede de la siguiente manera:

La forma más general de la función cuadrática es:

$$f(x) = ax^2 + b x + c$$

Transformamos la ecuación anterior igualando a cero para determinar sus raíces.

$$ax^2 + b x + c = 0$$

Para obtener sus raíces se aplica la fórmula (llamada también fórmula de Bhaskara):

$$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

El doble signo proporciona las dos raíces que en general tienen las funciones o ecuaciones de segundo grado.

Por ejemplo. Determinar las raíces que tienen las siguientes funciones cuadráticas.

a) $f(x)=x^2+4x+4$

Primero igualamos a cero la función

$$x^2+4x+4=0 \text{ y podemos observar que}$$

$$a=1 \text{ (a es el valor que acompaña a } x^2)$$

$$b=4 \text{ (b es el valor que acompaña a } x)$$

$$c=4 \text{ (c es el término independiente)}$$

Reemplazando estos valores en la expresión $x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a}$

Resulta

$$x = \frac{-4 \mp \sqrt{(4)^2 - 4.1.4}}{2.1}$$

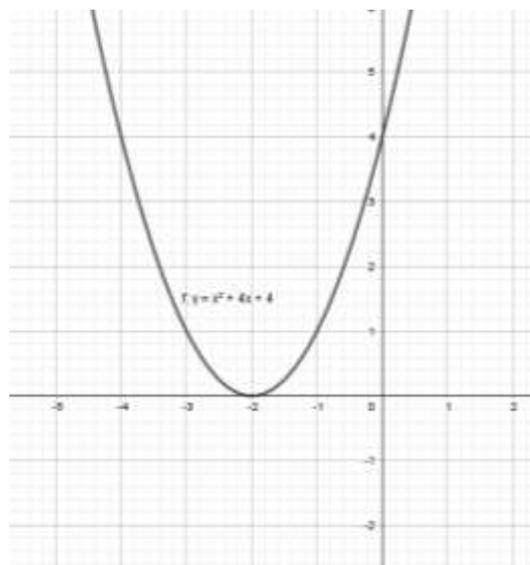
$$x = \frac{-4 \mp \sqrt{16 - 16}}{2}$$

$$x = \frac{-4 \mp \sqrt{0}}{2}$$

$$x_1 = \frac{-4 + 0}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-4 - 0}{2} = -2$$

Raíces Reales y
Coincidentes



En este caso la gráfica corta (toca) al eje x en un solo punto, por lo tanto coincidiendo ambas raíces.

b) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

Primero igualamos a cero la función

$$-x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ y podemos observar que } \rightarrow$$

$$a = -1$$

$$b = -2$$

$$c = 3$$

Reemplazando

$$x = \frac{-(-2) \mp \sqrt{(-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3}}{2 \cdot (-1)}$$

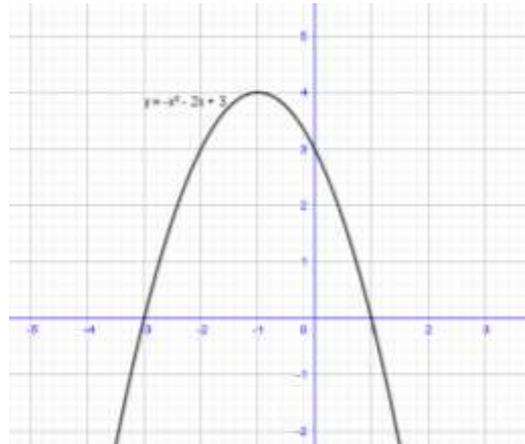
$$x = \frac{2 \mp \sqrt{4+12}}{-2}$$

$$x = \frac{2 \mp \sqrt{16}}{-2}$$

$$x_1 = \frac{2 + 4}{-2} = -3$$

$$x_2 = \frac{2 - 4}{-2} = 1$$

Raíces Reales y Distintas



En este ejemplo la gráfica corta al eje x en 2 puntos distintos

c) $f(x) = 2x^2 - 4x + 10$

Primero igualamos a cero la función

$-x^2 - 2x + 3 = 0$ y podemos observar que \rightarrow

a=2

b= -4

c=10

Reemplazando

$$x = \frac{-(-4) \mp \sqrt{(-4)^2 - 4 \cdot (2) \cdot 10}}{2 \cdot 2}$$

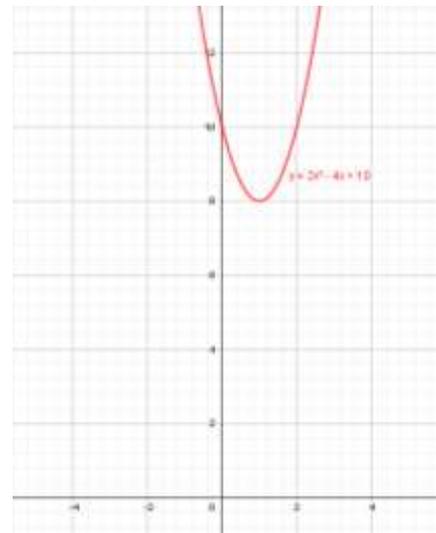
$$x = \frac{4 \mp \sqrt{16 - 80}}{4}$$

$$x = \frac{4 \mp \sqrt{-64}}{4}$$

$$x_1 = \frac{4 + 8i}{4} = 1 + 2i$$

$$x_2 = \frac{4 - 8i}{4} = 1 - 2i$$

Raíces Complejas Conjugadas



En este caso la gráfica la no corta al eje x

DISCRIMINANTE

A veces es conveniente analizar qué tipos de raíces tiene la función antes de hacer toda la cuenta. Esto se puede hacer calculando el discriminante que es el valor que aparece en la fórmula dentro de la raíz, se lo simboliza con la letra griega Δ

Discriminante $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c$

Si $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c > 0$ Raíces reales y distintas

Si $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 0$ Raíces reales y coincidentes

Si $\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c < 0$ Raíces complejas conjugadas

Ejemplos.

a) $f(x) = x^2 + 4x + 4$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = 4^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 =$$

$$\Delta = 16 - 16 = 0 \rightarrow \text{Raíces reales y coincidentes}$$

b) $f(x) = -x^2 - 2x + 3$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 3$$

$$\Delta = 4 + 12 = 16 > 0 \rightarrow \text{Raíces reales y distintas}$$

c) $f(x) = 2x^2 - 4x + 10$

$$\Delta = b^2 - 4 \cdot a \cdot c = (-4)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 10$$

$$\Delta = 16 - 80 = -64 < 0 \rightarrow \text{Raíces complejas conjugadas}$$

ACTIVIDADES

1) Aplicar la fórmula para hallar las raíces de las siguientes funciones cuadráticas.

a) $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

b) $f(x) = 3x^2 - 6x$

c) $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$

d) $f(x) = 4x^2 - 4x + 1$

2) Determinen que tipo de raíces poseen las siguientes funciones cuadráticas utilizando el discriminante

a) $f(x) = 2x^2 + 4x + 11$

b) $f(x) = -x^2 - 6x - 9$

c) $f(x) = x^2 - 6x + 5$

d) $f(x) = -2x^2 + 4x - 8$

Videos de Youtube

<https://www.youtube.com/watch?v=yt7wws1NF-s>

<https://www.youtube.com/watch?v=BxrJmKdPHRs>

Enviar las actividades propuestas de esta guía antes del día 28 de septiembre a

Prof. Silvana Esbry (curso 2°1°) sil_esbry@hotmail.com

Ing. Hugo Mercado (curso 2°2) ingmercadohugo@gmail.com

Lic. Laura León (curso 2°3°) lauleon@unsj-cuim.edu.ar

Consultas mandar correo a:

Prof. Silvana Esbry (curso 2°1°) sil_esbry@hotmail.com

Ing. Hugo Mercado (curso 2°2) ingmercadohugo@gmail.com

Lic. Laura León (curso 2°3°) lauleon@unsj-cuim.edu.ar

Director: Vicente Pirri