Escuela: CENS RIVADAVIA

Docente: PROF. LEANDRO TEJADA

Año: SEGUNDO

Ciclo: BÁSICO

Nivel: SECUNDARIO ADULTOS

Turno: NOCHE

Área curricular: MATEMÁTICA

Título de la propuesta: "APRENDER EN LÍNEA"

Guía 2

Contenidos: Noción de números irracionales y números reales. Intervalos. Inecuaciones.

Números Irracionales

Actividad 1:

I) Resolver las siguientes ecuaciones. Indicar si la solución es racional o no.

a) $-2x^2 - 3x = -10 - 3x$ (A modo de ejemplo)

$$-2x^2 \cancel{-3x} + \cancel{3x} = -10$$

$$-2x^2 = -10$$

$$x^2 = -10 : (-2)$$

$$x = \sqrt{5}$$

$x \cong 2{,}2360679774 \ldots$ Tiene infinitas cifras decimales no periódicas, por lo que no se puede escribir como fracción. Por lo tanto no es racional.

b) $x^2 : 3 - 8 = 5$

> Los números decimales que no pueden expresarse como el cociente entre dos números enteros (como fracción), por tener infinitas cifras decimales no periódicas, se denominan números irracionales. Al conjunto de todos los números irracionales lo simbolizamos con la letra I

Observación: Todas las raíces no exactas de radicando entero son números irracionales, por ejemplo $\sqrt{10}$; $\sqrt[4]{7}$

II) Indicar cuales de los siguientes números son irracionales.

$$1{,}2\hat{3}\ ;\ 2{,}1234567891011\ldots;\ 0{,}1111\ldots;\ \sqrt[3]{5}\ ;\ \sqrt{25}\ ;\ \sqrt{11}\ ;\ \sqrt[5]{2}\ ;\ \sqrt[3]{27}$$

Existen tres números irracionales que son importantes por sus aplicaciones.

III) Buscar información sobre ellos a través de los siguientes enlaces u otras páginas web y completar.

https://www.youtube.com/watch?v=s2afpO8qidc

https://www.youtube.com/watch?v=G6Yn2_uYbuI

https://www.youtube.com/watch?v=3Gdjkz60ON4

a) El número pi, $\pi =$ ____________ es de gran importancia en ____________________

b) El número de Euler, $e =$ ________ es de gran importancia en ___________________

c) El número de oro, $\varphi =$ _________ es de gran importancia en ___________________

Noción de número real

Al conjunto formado por la unión entre los números racionales y los números irracionales, se lo denomina conjunto de los números reales y lo simbolizamos con la letra $\mathbb{R}$.

Todo número natural es un número real.

Todo número entero es un número real.

Todo número racional es un número real.

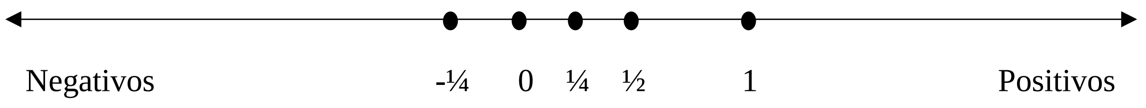
Todo número irracional es un número real.

REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LOS NÚMEROS REALES.

Los números reales se representan geométricamente en la recta numérica, esto es, se indica sobre una recta un punto fijo **0** que se llama **origen** y que corresponde al número real cero.

Considerando un segmento unitario como unidad de medida, a la derecha de **0** se indican los puntos que corresponden a los números reales positivos ($\mathbf{R}^+$) y a la izquierda de **0** los puntos que corresponden a los números reales negativos ($\mathbf{R}^-$).

De esta manera, a cada número real le corresponde un único punto de la recta, y a cada punto de la recta un único número real. Ejemplo:



Entre dos números naturales siempre hay un número finito de naturales entre ellos.

Entre dos números enteros hay un número finito de enteros entre ellos.

Entre dos números racionales hay infinitos racionales entre ellos.

Entre dos números reales hay infinitos reales entre ellos.

$$\mathbb{R}\ \text{(Reales)} \begin{cases} \mathbb{Q}\ (Racionales \begin{cases} \mathbb{Z}\ (Enteros) \begin{cases} \mathbb{N}\ (Naturales) \\ Enteros\ negativos \end{cases} \\ Fracciones \end{cases} \\ I\ (Irracionales) \end{cases}$$

Intervalos

A menudo se trabaja con subconjuntos de números reales que representan semirrectas o segmentos. Dichos subconjuntos se llaman intervalos.

> Un intervalo es un conjunto infinito de números reales comprendidos entre dos valores fijos que se denominan extremos del intervalo.
>
> Recordemos: $<$ *es menor que* $\leq$ *es menor o igual que*
>
> $>$ *es mayor que* $\geq$ *es mayor o igual que*

Tipos de Intervalos.

Intervalo Abierto $(\boldsymbol{a}\,;\boldsymbol{b})$: Es el conjunto de números reales mayores que a y menores que b, donde a y b son extremos que no pertenecen al intervalo. (a *es menor que* b).

(\\\\\\\\\\\\) — a b Ejemplo: Intervalo abierto $(-2\,;3)$ (\\\\\\\\\\\\) — -2 3

Intervalo Cerrado $[\boldsymbol{a}\,;\boldsymbol{b}]$: Es el conjunto de números reales mayores o iguales que a y menores o iguales que b, donde a y b son los extremos que sí pertenecen al intervalo.

[\\\\\\\\\\\\\\\\] — a b Ejemplo: Intervalo cerrado $[-2\,;3]$ [\\\\\\\\\\\\\\\\] — -2 3

Intervalos semiabiertos o semicerrados cuando son de la forma:

Ejemplo: $(-2\,;3] = \{x \in R\colon -2 < x \leq 3\}$ (\\\\\\\\\\\\\\] — -2 3

$[-2\,;3) = \{x \in R\colon -2 \leq x < 3\}$ [\\\\\\\\\\\\\\\\) — -2 3

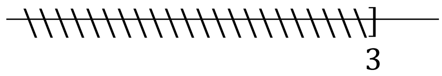
Intervalos infinitos: Este símbolo ∞ significa infinito.

a) $(-\infty\,;3)$conjunto de los números reales menores que 3.

$(-\infty\,;3) = \{x \in R\colon x < 3\}$ \\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\\) — 3

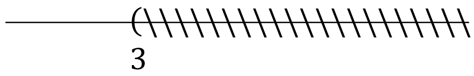
b) $(-\infty\,;3]$ conjunto de los números reales menores o iguales que 3.

$(-\infty\,;\,3] = \{x \in R : x \leq 3\}$



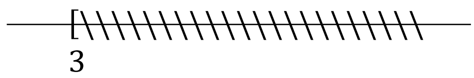
c) $(3;\,+\infty)$ conjunto de los números reales mayores que 3.

$(3\,;\,+\infty) = \{x \in R : x > 3\}$



d) $[3\,;\,+\infty)$ conjunto de los números reales mayores o iguales que 3

$[3\,;\,+\infty) = \{x \in R : x \geq 3\}$



Actividad 2

I) Escribir los siguientes conjuntos numéricos como intervalos, representar en la recta numérica y clasificar en intervalo abierto, cerrado, semiabierto o infinito.

a) $\{x \in R : -4 < x \leq 5\}$

b) $\{x \in R : 2 < x <\}$

c) $\left\{x \in R : x \leq -\frac{1}{2}\right\}$

d) $\{x \in R : x \geq 2{,}5\}$

II) Representar los siguientes intervalos en la recta numérica.

a) $(4\,;\,+\infty)$

$b)$ $(6\,;10]$

$c)$ $(-1\,;5)$

d) $[-3\,;0]$

$e)$ $(-\infty\,;1)$

$f)$ $[-4\,;7)$

Inecuaciones

Actividad 3:

I) Resolver la siguiente situación planteando una inecuación (A modo de ejemplo)

a) Una empresa de alquiler de coches cobra \$50 fijos más \$2,50 por kilómetro recorrido. Otra competidora no tiene canon fijo, pero cobra \$5 por kilómetro recorrido. ¿A partir de qué distancia nos resulta más económica la primera?

Llamando x: kilómetros a recorrer, se tiene que calcular cuando el costo de la primera es menor que el de la segunda, es decir:

Costo de la primera: $50 + 2{,}5\,x$

Costo de la segunda: $5x$

Luego, $50 + 2{,}5x < 5x$

$2{,}5\,x - 5x < -50$

$-2{,}5x < -50$

$x > -50 : (-2{,}5)$

$x > 20$

* ¡Si se multiplica o divide por un n° negativo se invierte la desigualdad!

(\\

20

La primera opción nos conviene para recorridos mayores a los 20 km.

b) El tanque de nafta de un auto puede contener hasta 45 litros. Tiene conectado un sistema automático de alarma que se enciende cuando sólo quedan 8 litros en él. ¿Cuántos litros de nafta es posible cargar cuando recién se enciende la señal?

c) El perímetro de un rombo es menor o igual a $\frac{100}{3}cm$. Calcular las posibles medidas que puede tomar el lado.

Las inecuaciones son desigualdades algebraicas en las que sus dos miembros se relacionan por uno de estos símbolos: $<, \leq, >$ o $\geq$. La solución, si existe, es un conjunto infinito de números reales; y se puede expresar con un intervalo o mediante la recta numérica.

Actividad 4:

Resolver las siguientes inecuaciones y expresar la solución como intervalo y en la recta numérica.

a) $3 - 2(x - 3) \leq -4(x + 2)$

$3 - 2x + 6 \leq -4x - 8$

$-2x + 4x \leq -8 - 6 - 3$

$2x \leq -17$

$x \leq -17 : 2$

$x \leq -8{,}5$

$Solución: (-\infty\,;\ -8{,}5]$

\\]

−8,5

b) $2 \cdot (x + 1) + 3 > 5 \cdot (x + 2) - 2$

c) $2x - 1 \leq 5x + 11$

d) $\frac{3}{4}x + 1 \geq -1$

e) $\frac{1}{2}x - \frac{5}{4} < \frac{1}{3}x + \frac{3}{4}$