Escuela Presidente Sarmiento

Docente: Rojas Sofía

5to año: **Economía y Administración** y **Humanidades y Ciencias Sociales**

Turno: Mañana

Asignatura: Matemática

Título**: Números Complejos**

Contenidos:

Números complejos: forma binomica, representación. Operaciones

Capacidades: Pensamiento crítico, Aprender a aprender, Comunicación, y Compromiso y responsabilidad.

Criterios de Evaluación: Presentación (prolijidad) y Ortografía.

- Interpretación y cumplimiento de consignas.
- Utilización de vocabulario especifico y conocimiento disciplinar.
- Razonamiento y aplicación de conceptos.
- Presentación en tiempo y forma

Herramientas de evaluación

Trabajo en clase

Trabajo en casa

Evaluación escrita

Actividades de desarrollo:

1-Repasemos estas ecuaciones: para ello marca el resultado correcto

2x-4=-10	x=-3 x=-7 Sin solución en los reales	$\frac{1}{2}x+3=8$	x=2,5 x=10 Sin solución en los reales
$x^2+1=0$	x=1 x=- 1 Sin solución en los reales	$x^2+9=0$	x=3 x=- 3 Sin solución en los reales

$x^3+8=0$	x= 2 x= -2 Sin solución en los reales	$x^2-4x+3=0$	x=- 1 x=- 3 Sin solución en los reales

¿Cómo son las soluciones?:

Hay ecuaciones que no tienen solución en el conjunto de números reales

La más sencilla de ellas es $\sqrt{-1}$ ya que no hay ningún número real que multiplicado dos veces de -1

A esta raíz se la llama o denomina con la letra **i : unidad imaginaria**

$$\boldsymbol{\sqrt{-1}=i}$$

Teniendo en cuenta esto:

$\sqrt{-9} = \pm 3$ dos soluciones una positiva:+3 y otra negativa:-3

2- Calcule las siguientes raíces y califíquelas en reales o imaginarias

$\sqrt{-25} =$

$\sqrt{-36}=$

$\sqrt{-49} =$

$\sqrt{81} =$

$\sqrt[3]{-100}$

$\sqrt[3]{-64}=$

$\sqrt[4]{625}=$

$\sqrt[4]{1000}=$

3- Encuentre la o las soluciones de las siguientes ecuaciones de segundo grado

$x^2+4x+4=0$

$x^2+10x - 1=0$

$x^2+4x+5=0$

$x^2+ 6x - 2 =0$

Concepto:

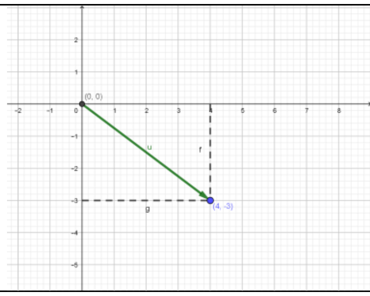
Se llama número complejo a todo número de la forma **z=a + b i,** donde i es la unidad imaginaria a: es la componente real y b se denomina componente imaginaria

Ejemplo

z= 4-3i w=5+3i

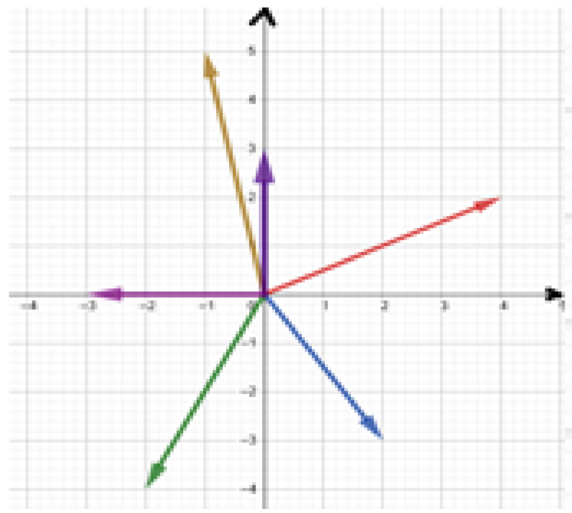
Representación de números complejos

Donde se representan los números complejos? Generalmente se representan en un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales como el siguiente, en el eje horizontal representamos la componente real y en el eje vertical se representa la componente imaginaria

	Se puede observar que la gráfica del complejo 4-3i, es un vector, con origen en el origen de coordenadas y extremo en el par ordenado que define el vector Recordemos que los vectores quedan definidos por: Modulo, dirección y sentido

4- Represente los cada número complejo y su opuesto (signos contrarios) w=5-i y -w

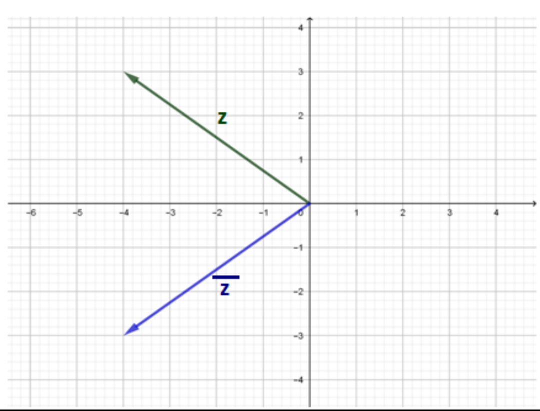
z=2i+3 y –z ; v=3i y –v ; t=-2-i



5 – Indique los siguientes números complejos en forma binomica

COMPLEJOS CONJUGADOS

El conjugado de un numero complejo z=a+bi es el numero $\bar{z} = a - bi$

Ejemplo . z= -4 +3i su conjugado es $\bar{z}$ = -4 -3i	Gráficamente 

6- Complete el siguiente cuadro

Complejo z=a+bi	Opuesto -z=-a-bi	Conjugado $\bar{z} = a - bi$	Componente real	Componente imaginario
5-2i				
	2+i			
		3-2i		
			4	3
		3i		
	2			
5i				

<u>**Par ordenado**</u>

Un numero complejo puede estar determinado como binomio z=a+bi o como par ordenado z=(a , b)

Ejemplo: z=2-1i forma binómica z=(2, -1)

7 **Completen el siguiente cuadro.**

Número complejo			
Forma Binómica	Par ordenado	Componente real	Componente imaginaria
-3 -2i			
	(5; 7)		
1 + 5 i			
	(0; 2)		
		0	$\frac{1}{2}$
		-7	0
$\frac{1}{3} - i$			
	(3; 0)		

Operaciones con números complejos: suma

La suma de dos o más números complejos es otro número complejo que se obtiene sumando: componente real con componente real y componente imaginaria con componente imaginaria

8 **Completen el cuadro y respondan:**

a) ¿Qué obtienes al sumar números opuestos?

b) ¿Qué obtienes al multiplicar complejos conjugados?

z	$-z$	$\bar{z}$	$z+(-z)$	$z.\bar{z}$
$3-5i$				
	$-1+\frac{1}{2}i$			
		$\frac{3}{4}-i$		
	$7+4i$			

9. **De los siguientes pares de números complejos**

a) ¿Cuáles son opuestos?

b) ¿Cuáles son conjugados?

$z_1 = 1+5i$
$z_2 = -1-5i$

$z_1 = -4+2i$
$z_2 = 4-2i$

$z_1 = 6-5i$
$z_2 = 6+5i$

Potencias de la unidad imaginaria

10-Descomponiendo las potencias de i en producto de potencias de igual base. Complete el cuadro de las doce primeras potencias de $i = \sqrt{-1}$

$$i^0 = 1$$

$$i^1 = i$$

$$i^2 = \left(\sqrt{-1}\right)^2 = -1$$

$$i^3 = i^2.i^1 =$$

$$-1.i = -i$$

i^0	i^1	i^2	i^3	i^4	i^5	i^6	i^7	i^8	i^9	i^{10}	i^{11}

¿Qué generalidad se repite?

11 Interpreten y resuelvan:

a) $\sqrt{-81}-\left(6+\sqrt{-9}\right)=$

b) $\sqrt{-16}-\sqrt{36}-\sqrt{-81}+\sqrt{-1}+\sqrt{4}=$

c) $\left(3-\sqrt{-4}\right)^2+12i=$

d) $\sqrt{-100}+(3-2i)-\sqrt{-25}-(-4+i)=$

Multiplicacion de numeros complejos:

La multiplicacion de dos o mas numeros complejos es orto número complejo que se obtiene aplicando las dsiguiente propiedaddes:

- **Distribitiva**
- **Regla de signos**
- **Potencia de la unidad imaginaria**
- **Agrupar terminos semejantes**

Ejemplo: (3+i)(2-5i) Calculos Auxiliares

(3+i)(2-5i)=	3.2-3.5i+i.2-i.5i	Propiedad distributiva	3.2=6 -3.5i=-15i	i.2=2i -i.5i=-5i²
	6-15i+2i-5i²			
	6-13i -5i²	Agrupar terminos	-5i²=-5(-1) =+5	
	6-13i+5	Potencias de i		
	11-13i	Agrupar terminos		

12- Resuelva las siguientes multiplicaciones de numeros complejos

(2-7i) i=

(4+3i) (4-3i)=

(2+5i) ^{2}=

(6-i) (4+i)=

(a+bi) ^{2}=

(2+9i) (2-9i)=

(4+8i) $\left(\frac{1}{2}+4i\right)$

(2+i) ^{2}=

(1+2i) ^{2}=

(a+bi) (a-bi) =

División de numeros complejos: racionalizacion del denominador

Para racionalizar el denominador utilizamos el mismo metodo que con los números Irracionales

$$\frac{3-i}{4+2i} = \frac{3-i}{4+2i}.\frac{4-2i}{4-2i}$$ Se multiplica y divide por el conjugado del denominador

$$= \frac{3.4-3.2i-i.4+i.2i}{4^2-(2i)^2}$$ Propiedad distributiva

$$= \frac{12-6i-4i+2i^2}{16-4i^2}$$ Multiplicaciones

$$= \frac{12-10i+2i^2}{16-4i^2}$$ Agrupan terminos semejantes

$$= \frac{12-10i+2(-1)}{16-4(-1)}$$ Se reemplaza $\boldsymbol{i^2=-1}$

$$= \frac{12-10i-2}{16+4}$$ Se aplica regla de signos

$$= \frac{10-10i}{20}$$ Se agrupan terminos semejantes

$$\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$$ Se simplifica

12 Resuelva los siguientes cocientes:

$$\frac{4-i}{1-i}=$$

$$\frac{2-3i}{3+i}=$$

$$\left(-\frac{1}{8}+\frac{1}{4}i\right):\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{4}i\right)=$$

$$\frac{-2i}{\sqrt{9}+\sqrt{-4}}=$$

$$\frac{i^{25}-i^{16}}{3-i}=$$

13 Calcule las siguientes operaciones combinadas:

$$\frac{3i(-2i+1)}{-1+3i}= \qquad \left(1+\sqrt{-3}\right)^{-2}=$$

$$\frac{1-i}{(1+i)^2}= \qquad \frac{(1+i)^3}{3i}=$$

14 -Resuelva las siguientes ecuaciones

$x^2+2=-16$ $\qquad$ $\frac{1-2i}{x}=2+i$

$(3+i)x+i=5i$ $\qquad$ $2x^2=x-1$

$x(2-i)=4+3i$ $\qquad$ $x^2-4x+5=0$

15 - Indique cual es la correcta

1. La solución de la ecuación $4x^2-16x+17=0$, es:

a) $\boxed{\begin{array}{l} x_1=2+4i \\ x_2=2-4i \end{array}}$

b) $\boxed{\begin{array}{l} x_1=2+\frac{1}{2} \\ x_2=2-\frac{1}{2} \end{array}}$

c) $\boxed{\begin{array}{l} x_1=2+\frac{1}{2}i \\ x_2=2-\frac{1}{2}i \end{array}}$

2. La diferencia $\left(\frac{1}{2}-\frac{4}{3}i\right)-\left(-\frac{1}{2}+i\right)$ tiene por resultado:

a) $1-\frac{7}{3}i$ $\qquad$ b) $-\frac{7}{3}i$ $\qquad$ c) $1-\frac{1}{3}i$

3. El resultado de $(1+i)\cdot(9+4i)$, es:

a) $13+13i$ $\qquad$ b) $5+13i$ $\qquad$ c) $5-5i$

4. La siguiente división $\frac{-\sqrt{2}-\sqrt{3}\cdot i}{\sqrt{2}+\sqrt{3}\cdot i}$ tiene por resultado:

a) -1 $\qquad$ b) $\frac{1}{5}$ $\qquad$ c) $-\frac{1}{13}$

16 - Calcule el resultado de:

$$3^{\frac{1}{2}} + \sqrt{-49} + 2i^3 - \left(\sqrt{3} + 7i\right) - 2\sqrt{27} =$$

a) $-6\sqrt{3}+16i$ b) $-4\sqrt{3}+2i$ c) $-6\sqrt{3}-2i$

17 . El siguiente ejercicio tiene por solución:

$$\frac{(3i)^2(1-2i)}{2+2i} + \left(\frac{9}{4} - \frac{27}{4}i\right) =$$

a) $\frac{9}{4}+\frac{27}{4}i$ b) $\frac{9}{2}$ c) $\frac{9}{8}-\frac{36}{8}i$

18 - La solución de **$(2-i)^3$** es:

a) $3-4i$ b) $2-13i$ c) $2-11i$

BIBLIOGRAFÍA:

- ✓ Matemática 2 Polimodal: Activa / Adriana Berio, Maria L. Colombo y otros. - 1° Ed. Bs.As.Puerto de Palos. 2001.
- ✓ Carpeta de Matemática 1 y 2 Polimodal / Carlos Abdala y otros. 1° Ed. Bs.As.Aique. 2001.
- ✓ Una puerta abierta a la matemática. Polimodal 1 y 2/ Liliana Ferraris y otros. Ed. Comunicarte.2008
- ✓ Cuadernillo de Ingreso de la Facultad de Ingeniería : Departamento de Matemática de la facultad de ingeniería 2013

Director: Prof. Rubén LEONARDI