Escuela: C.E.N.S. "Los Tamarindos"

Docente: Emilio Dominguez

Ciclo: 3ª año 1ª división

Turno: Noche

Area Curricular: Matemática

Título: TRIGONOMETRÍA

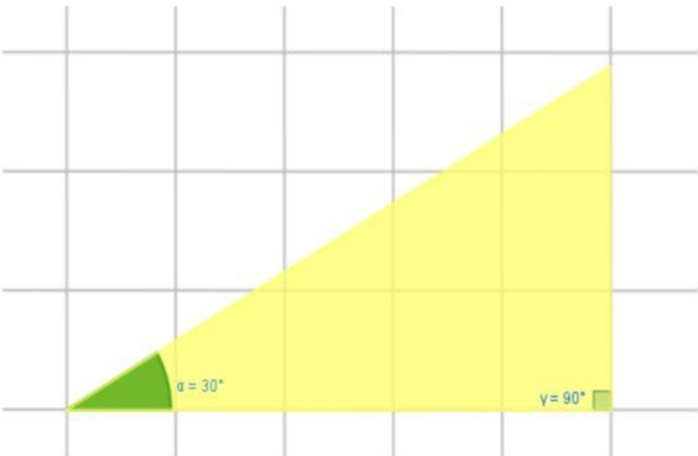
La trigonometría se ocupa, principalmente, de estudiar la relación entre lados y ángulos de un triángulo, y surgió a razón de las necesidades de la astronomía, la cartografía (el estudio de mapas), la artillería, entre otras.

En esta guía veremos las RAZONES TRIGONOMÉTRICAS, estas, se usan únicamente para la resolución de triángulos rectángulos.

Recuerden que habíamos estudiado el Teorema de Pitágoras, este teorema solo estudia las medidas de los lados de un triángulo rectángulo. Ahora con trigonometría, estudiaremos la relación entre lados y ángulos de un triángulo, entonces ahora aparecen las medidas de los ángulos interiores de un triángulo rectángulo.

1) Para comenzar, necesitamos un semicírculo.
   a. Deben dibujar en sus cuadernos un triángulo rectángulo (recuerden que son los triángulos que tienen un ángulo interior de 90º), ese triángulo debe tener un ángulo que mida 30º. Las medidas de los lados no importan.

   Por ejemplo, yo dibujo:



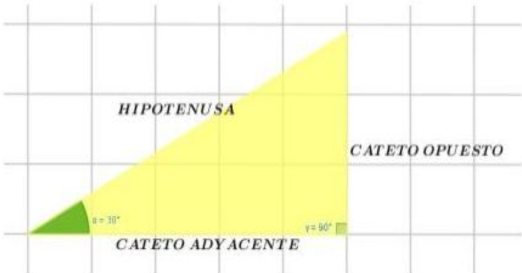
b. Ahora, nombramos los lados del triángulo, considerando al ángulo de 30º.

El lado que está enfrente del ángulo de 90º es la HIPOTENUSA, siempre.

El lado que está enfrente al ángulo de 30º se llama CATETO OPUESTO.

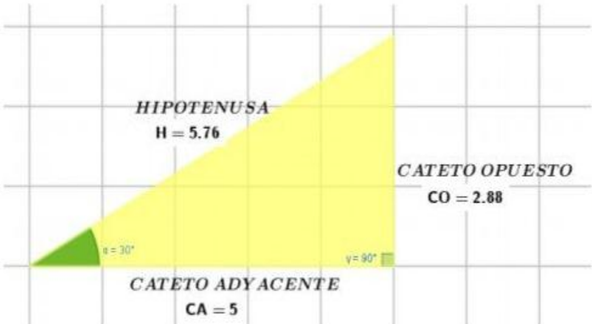
El lado que esta sobre el ángulo de 30 se llama CATETO ADYACENTE.

En mi triángulo queda:



c. Ahora, deben medir, con mucho cuidado, los lados del triángulo que dibujaron en el ítem (a).

En mi triángulo queda:



Es decir:

$Hipotenusa = H = 5{,}76cm$

$Cateto\ opuesto = CO = 2{,}88cm$

$Cateto\ adyacente = CA = 5cm$

NOTA: de aquí en adelante, identificaremos a la hipotenusa, cateto opuesto y cateto adyacente con *H, CO* y *CA*, respectivamente.

d. Calculen ahora, la razón entre el cateto opuesto al ángulo de 30º, y la hipotenusa del triángulo.

En mi triángulo queda:

$$\frac{CATETO\ OPUESTO}{HIPOTENUSA} = \frac{CO}{H} = \frac{2{,}88}{5{,}76} = 0{,}5$$

¡RECUERDEN!

$$\frac{2{,}88}{5{,}76} = 2{,}88 : 5{,}76$$

ES UNA DIVISIÓN

e. Pregunten a sus compañeros/as cuanto obtuvieron.

¿Pasara lo mismo en cualquier triangulo rectángulo que tenga un ángulo de 30º?

Los triángulos que dibujaron son semejantes (busquen en internet, este concepto) entre sí. En todos ellos uno de los ángulos es recto, otro es de 30º, y otro de 60º (recuerden que la suma de los tres ángulos interiores de un triángulo es 180)

Ahora bien:

La razón entre el cateto opuesto al ángulo y la hipotenusa en todos los triángulos dibujados es siempre la misma porque los triángulos son semejantes.

Esa razón se llama **seno del ángulo de 30º**, y no depende de los lados del triángulo sino de la medida del ángulo.

f. De manera similar, calculen la razón entre el cateto adyacente al ángulo de 30º y la hipotenusa.

En mi triángulo queda

$$\frac{CATETO\ ADYACENTE}{HIPOTENUSA} = \frac{CA}{H} = \frac{5}{5{,}76} = 0{,}86$$

Esa razón recibe el nombre de **coseno del ángulo de 30º**.

g. Por último, calculen la razón entre el cateto opuesto y el adyacente al ángulo de 30º.

En mi triángulo queda

$$\frac{CATETO\ OPUESTO}{CATETO\ ADYACENTE} = \frac{CO}{CA} = \frac{2{,}88}{5} = 0{,}576$$

Esta razón también se mantiene constante y se llama **tangente del ángulo de 30º.**

RAZONES TRIGONOMETRICAS

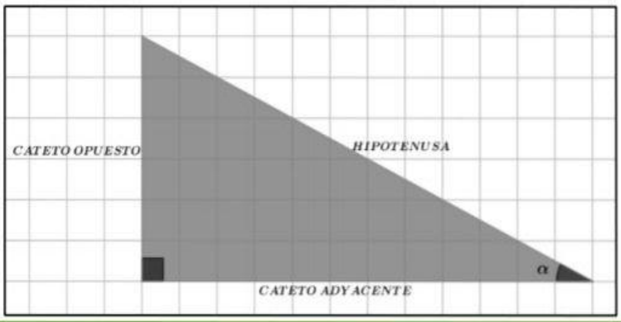
En trigonometría se emplean tres razones fundamentales que relacionan los lados de un triángulo rectángulo y cualquiera de sus ángulos agudos:

- $seno\ del$ ángulo $\hat{\alpha}$, que se escribe sen $\hat{\alpha}$ → sen $\hat{\alpha} = \frac{CATETO\ OPUESTO\ a\ \hat{\alpha}}{HIPOTENUSA}$
- $coseno\ del$ ángulo $\hat{\alpha}$, que se escribe cos $\hat{\alpha}$ → cos $\hat{\alpha} = \frac{CATETO\ ADYACENTE\ a\ \hat{\alpha}}{HIPOTENUSA}$
- $tangente\ del$ ángulo $\hat{\alpha}$, que se escribe tan $\hat{\alpha}$ → tan $\hat{\alpha} = \frac{CATETO\ OPUESTO\ a\ \hat{\alpha}}{CATETO\ ADYACENTE\ a\ \hat{\alpha}}$

NOTA: α es una letra griega, se lee, "alfa". Las letras griegas en matemática se usan, entre otras cosas, para nombrar a los ángulos, por eso las escribimos con un arquito arriba $\hat{\alpha}$.

¡RESUMIENDO!

Dado el siguiente triángulo



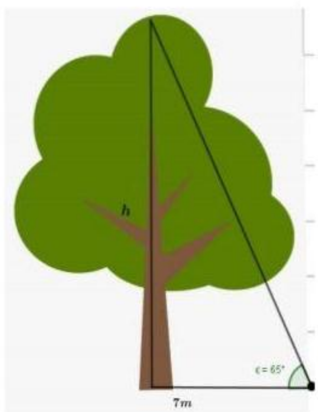
$$\text{sen}\,\hat{\alpha} = \frac{CO}{H}$$

$$\cos\hat{\alpha} = \frac{CA}{H}$$

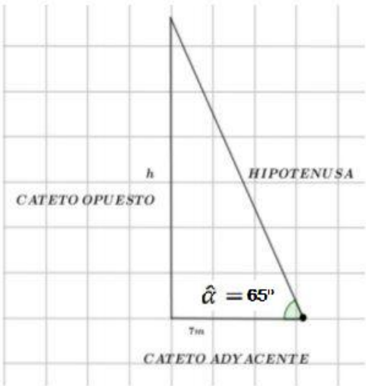
$$\tan\hat{\alpha} = \frac{CO}{CA}$$

2) ¿Cuál será la altura de un árbol, si desde un punto situado a 7 m de la base se observa su copa con un ángulo de 65º?

Recuerden, lo primero, siempre es realizar un gráfico de la situación.



$\hat{\alpha} = 65º$



Ahora podemos observar el triángulo rectángulo que se forma, además podemos nombrar sus lados.

Entonces, tenemos:

$H = ?$

$CO = h = altura\ del\ arbol = ?$

$CA = 7m$

$\hat{\alpha} = 65º$

Ahora vemos que el problema nos pregunta la altura del árbol, es decir el cateto opuesto CO.

Datos: $CA = 7m\ \ \hat{\alpha} = 65º$

Incógnita: CO

Ahora, vamos al cuadro donde quedaron definidas las razones trigonométricas, y buscamos la razón que nos sirva según los datos que tenemos y lo que queremos hallar.

La única razón que incluye el cateto opuesto y el cateto adyacente, es la tangente, entonces:

$\tan \hat{\alpha} = \frac{CO}{CA}$ reemplazando cada valor, tenemos:

$\tan 65º = \frac{CO}{7}$ ahora, en la calculadora, hallamos $\tan 78º$

$2{,}14 = \frac{CO}{7}$ luego, necesitamos despejar el CO, entonces el 7 que está dividiendo pasa multiplicando.

$7 \,.\, 2{,}14 = CO$ y obtenemos:

$14{,}98 = CO$

RST: La altura del árbol es de $14{,}98m$.

3) Queremos fijar un poste de $3{,}5m$ de altura, con un cable que va desde el extremo superior del poste al suelo. Desde ese punto del suelo se ve el poste bajo un ángulo de $40^{º}$ ¿A qué distancia del poste sujetaremos el cable? ¿Cuál es la longitud del cable?

Directora a cargo Prof. Brozina, Silvana