

Establecimiento: C.E.N.S. N°174

Docente: PROF. PACHECO, MIGUEL

Año: TERCERO

Turno: NOCHE

Espacio curricular: MATEMÁTICA

GUÍA N°4

Tema: TRIGONOMETRÍA

Contenidos: Trigonometría, concepto, sistemas de medidas angulares, equivalencias, triángulos rectángulos, teorema de Pitágoras, aplicación, análisis, calculo.

Objetivo: Conocer y aplicar los conceptos y fórmulas de la trigonometría, medidas angulares y teorema de Pitágoras, para analizar situaciones científicas orientadas a la especialidad y de la vida cotidiana.

Capacidad: Valorar el enriquecimiento personal y colectivo que significa la adquisición de saberes científicos tecnológicos y la posibilidad de expresarlos sin perder su identidad personal y social.

TRIGONOMETRÍA

Es la rama de la Matemática que estudia o analiza las relaciones que existen entre la medida de los lados de un triángulo y la medida de sus ángulos. La trigonometría plana tiene como objetivo resolver triángulos. Cada triángulo está constituido por seis elementos, tres lados y tres ángulos. Resolver un triángulo, significa determinar los elementos desconocidos cuando se tienen algunos datos y ciertas relaciones entre ellos.

SISTEMAS DE MEDIDAS ANGULARES

SISTEMA SEXAGESIMAL

Su unidad de medida angular es el ángulo igual a la noventa parte del ángulo recto.

$$1^{\circ} = \frac{1 \text{ ángulo recto}}{90^{\circ}}$$

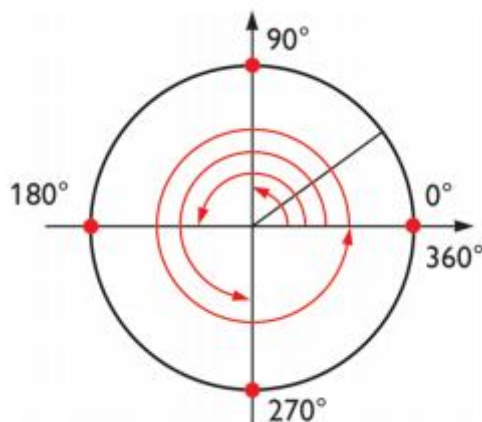
La unidad es el grado sexagesimal ($^{\circ}$)

Este sistema admite submúltiplos:

$$\text{Un grado equivale a 60 minutos:} \quad \rightarrow 1' = \frac{1^{\circ}}{60} \quad \rightarrow 1^{\circ} = 60'$$

$$\text{Un minuto equivale a 60 segundos} \quad \rightarrow 1'' = \frac{1'}{60} \quad \rightarrow 1' = 60''$$

Elegido el grado sexagesimal como unidad de medida angular, queda determinada la correspondiente unidad de medida de arco, que es el arco de un grado sexagesimal, y abarca el ángulo central 1° y en consecuencia la 360 ava parte de la circunferencia.



SISTEMA CIRCULAR O RADIAL

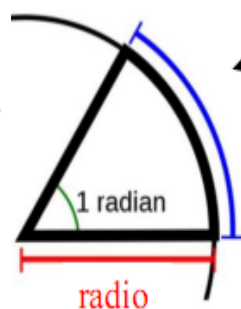
Se denomina radian al ángulo que se forma cuando la longitud del arco barrido es igual al radio de la circunferencia.

En general cuando decimos, que un ángulo es igual a n radianes, se quiere expresar con ello, que es el ángulo central que corresponde a un arco de n radianes.

Como la circunferencia tiene una longitud de $2\pi r$. Si $r=1$, resulta que la longitud de la circunferencia, expresadas en radianes es igual a 2π radianes, o sea el ángulo central total de 360° en el sistema sexagesimal, es igual a 2π radianes.

Adoptado como unidad el ángulo de 1 radian se tienen las siguientes medidas:

- un ángulo de 1 giro = 2π
- un ángulo de 2 giro = $2 \cdot 2\pi = 4\pi$
- un ángulo de k giro = $k \cdot 2\pi = 2k\pi$
- un ángulo llano = π
- un ángulo recto = $\frac{\pi}{2}$



Longitud de arco de la circunferencia

$$\text{Radianes} = \frac{\text{Grados} \cdot \pi}{180^\circ}$$

$$\text{Grados} = \frac{\text{Radianes} \cdot 180}{\pi}$$

CORRESPONDENCIA ENTRE LOS DOS SISTEMAS ANTERIORES

Podemos establecer una correspondencia entre los dos sistemas partiendo de lo expresado en el párrafo anterior.

$$\begin{array}{lcl} 360^\circ & \text{---} & 2\pi \text{ rad.} \\ \alpha^\circ & \text{---} & x \text{ rad.} \end{array} \longrightarrow x \text{ rad} = \frac{\alpha^\circ \cdot 2\pi \text{ rad.}}{360^\circ}$$

Ejemplo: Expresar 45° en el sistema radial.

$$x \text{ rad.} = \frac{45^\circ \cdot 2\pi \text{ rad.}}{360^\circ} = \frac{\pi}{4} \text{ rad}$$

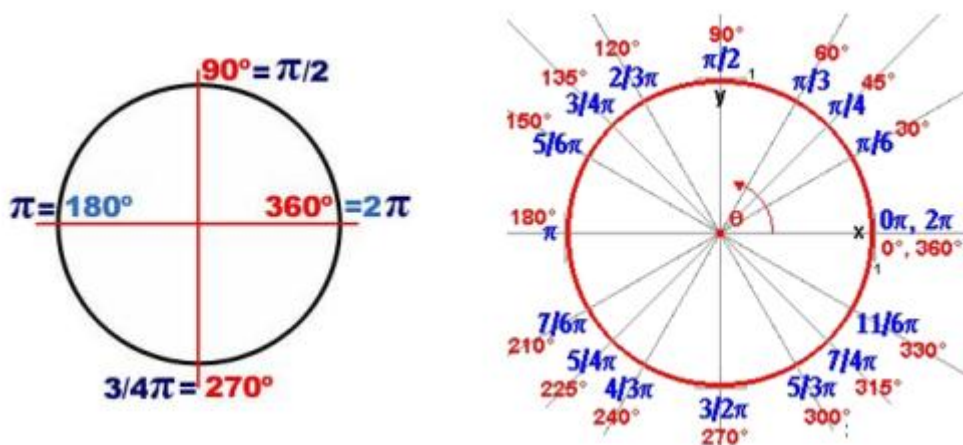
Ejemplo: Expresar 1 radian en grados sexagesimales.

$$\begin{array}{ccc} 2\pi \text{ rad.} & \text{---} & 360^\circ \\ 1 \text{ rad.} & \text{---} & x^\circ \end{array} \longrightarrow x^\circ = \frac{1 \text{ rad.} \cdot 360^\circ}{2\pi \text{ rad.}} = 57^\circ 17' 44,8''$$

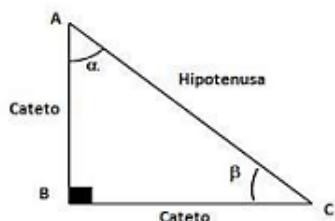
De igual manera se puede establecer una tabla que relaciona los ángulos más comunes en ambos sistemas.

Sis. Sexagesimal	Sis. Radial
45°	$\pi/4$
60°	$\pi/3$
90°	$\pi/2$
120°	$2\pi/3$
150°	$5\pi/6$
180°	π
270°	$3\pi/2$
360°	2π

GRÁFICO DE EQUIVALENCIA ENTRE LOS DOS SISTEMAS



TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS

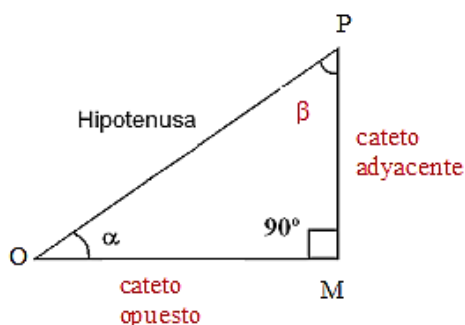


Un triángulo rectángulo es un triángulo con un ángulo recto. El lado opuesto al ángulo recto se llama hipotenusa y los otros dos lados se llaman catetos.

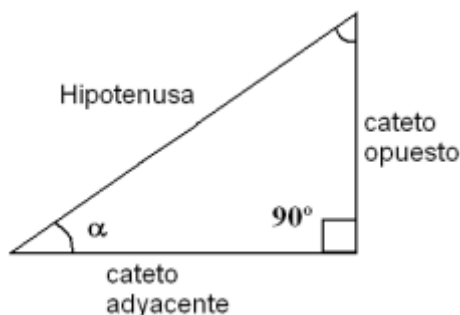
Observación:

Los catetos van a cambiar en función al ángulo que voy a utilizar.

☐ Si el ángulo es β los catetos serán:



- Si el ángulo a utilizar es α los catetos serán los siguientes



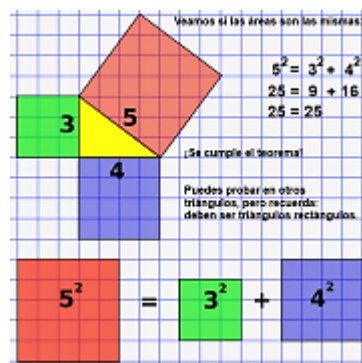
TEOREMA DE PITÁGORAS

Pitágoras fue un filósofo y matemático griego muy popular durante el tiempo que duró su existencia, 580 a 495 A.C., aunque, cabe destacar, que su influencia excedió a las materias de filosofía y matemáticas, ya que también, Pitágoras, supo realizar importantes aportes en otros órdenes como ser: la astronomía y la música de su tiempo.

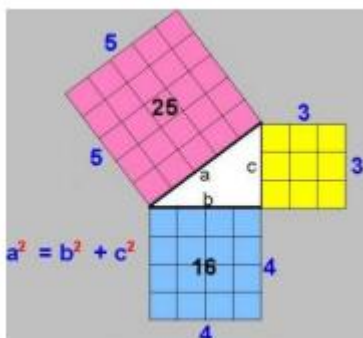
Sin lugar a dudas, la influencia de Pitágoras en la ciencia y cultura de la humanidad fue sobresaliente y ello lo ha convertido a él en un personaje singular y notable. Nació en la Isla de Samos, su educación se considera que fue bastante esmerada y que entre otras influencias matemáticas habría contado con la de otro gran matemático como fue Tales de Mileto.

En materia de música lo más importante que se le adjudica a Pitágoras es la formulación de las leyes de la armonía y la relación establecida entre escala musical y aritmética; y en matemáticas la formulación del Teorema de Pitágoras, que sostiene que dado un triángulo rectángulo la suma de los cuadrados de los catetos de éste será igual que el cuadrado que presenta su hipotenusa.

En todo triángulo rectángulo el cuadrado de la hipotenusa es igual a la suma de los cuadrados de los catetos



$$H^2 = C^2 + C^2$$



Este teorema, bien conocido por todos, es de los más célebres de la historia de la Matemática. ¿Quién no ha recitado alguna vez eso de: “En un triángulo rectángulo, la suma de los catetos cuadrados es igual a la hipotenusa cuadrada”, o cualquiera de las otras formas de nombrarlo? Geométricamente, el teorema de Pitágoras quiere decir que si dibujamos tres

cuadrados, de forma que cada uno tenga el lado igual a uno de los tres lados de un triángulo rectángulo, se cumple que el área del cuadrado mayor es igual a la suma de las áreas de los otros dos.

El área del cuadrado que tiene como lado la hipotenusa de un triángulo rectángulo, es igual a la suma de las áreas que tienen como lado cada uno de los catetos de ese mismo triángulo. En la siguiente imagen vemos una demostración gráfica de esto que acabamos de comentar, la suma de las áreas coloreadas en amarillo y azul es igual al área coloreada en rosa, por tanto el área del cuadrado inferior es igual a la suma de las áreas de los cuadrados superiores.

Con esto, y sabiendo que el área de un cuadrado es igual al cuadrado de sus lados, se pudo deducir que la hipotenusa al cuadrado (área de la hipotenusa) es igual a uno de los catetos al cuadrado (área del cuadrado superior (verde) que forma el primer cateto) más el otro cateto al cuadrado (área del cuadrado superior (azul) que forma el segundo cateto), y de ahí derivó la fórmula del Teorema de Pitágoras como la conocemos hoy.

ACTIVIDADES:

Actividad A

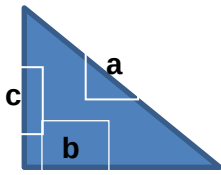
Encuentre la relación que:

1. Vincule el sistema sexagesimal con el circular para expresar en radianes los siguientes ángulos: $17^\circ 16'$ y $14^\circ 26' 12''$
2. Vincule el sistema radial con el circular para expresar en grados sexagesimales $1/6$ radianes y 0.254 radianes.

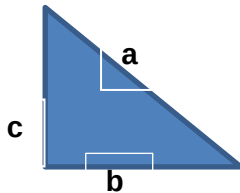
Actividad B

Utilizando Pitágoras encuentre el valor del lado de los siguientes triángulos:

1)

Hipotenusa = $a = 10\text{cm}$ Cateto adyacente = $b = 6\text{cm}$ Cateto opuesto = $c = ?\text{cm}$

2)

Hipotenusa = $a = ?\text{cm}$ Cateto adyacente = $b = 6\text{cm}$ Cateto opuesto = $c = 3\text{cm}$

Para cualquier duda y presentar las guías para ver si están bien comunicarse a:

mipacheco@sanjuan.edu.ar

Bibliografía:

Cuadernillo de ingreso de matemática. Universidad Nacional de San Juan Facultad de Arquitectura, Urbanismo y Diseño.

Formación para Personas Adultas. Procesos e instrumentos matemáticos. Óscar Serrano Gallego. Ed. PRETEXTO

Matemática. Programa de Educación a Distancia. Nivel Medio Adultos. Córdoba

El libro de la Matemática 7, Canteros, L., Felissia, A., Fregona, D.; Ed.

Estrada, Bs. As. 1997.

El libro de la matemática 8, Guelman, N., Itzcovich, H., Pavesi, L., Rudy, M.

Ed. Estrada, Bs. As., 1998.

Directivo a cargo de la institución. Lic. Moreno, Gabriela