

FinEs III – Matemática

PLAN FINES: FinEs III

ESCUELA: CENS Ullúm – Centro de jubilados Zonda

CUE: 7000288-00

DOCENTE: Ana Laura Pazcel

CICLO LECTIVO: Año 2020

AREA CURRICULAR: Matemática

GUIA N°2: “Números Enteros: Parte 1”

CONTENIDOS: Números enteros: definición. Representación en la recta numérica. Orden de los números enteros. Operaciones con números enteros: suma, resta, multiplicación y división. Propiedades.

Los números enteros

Con los números naturales no era posible realizar diferencias donde el minuendo era menor que el que el sustraendo, pero en la vida nos encontramos con operaciones de este tipo donde a un número menor hay que restarle uno mayor. La necesidad de representar el dinero adeudado, la temperatura bajo cero, profundidades con respecto al nivel del mar, etc. Las anteriores situaciones nos obligan a ampliar el concepto de números naturales, introduciendo un nuevo conjunto numérico llamado números enteros. El conjunto de los números enteros está formado por los números naturales, sus opuestos (negativos) y el cero.

$$\mathbb{Z} = \{ \dots, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, \dots \}$$

Los números enteros se dividen en tres partes:

1 Enteros positivos o números naturales

2 Enteros negativos

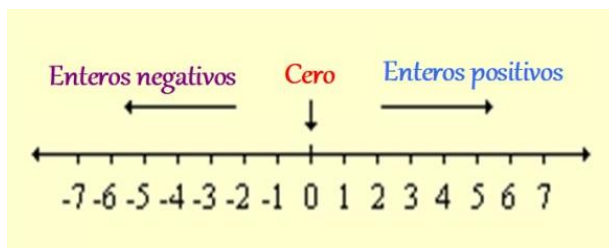
3 Cero

Dado que los enteros contienen los enteros positivos, se considera a los números naturales como un subconjunto de los enteros.



Representación de los números enteros

- 1) En una recta horizontal, se toma un punto cualquiera que se señala como cero.
- 2) A su derecha y a distancias iguales se van señalando los números positivos: $1, 2, 3, \dots$
- 3) A la izquierda del cero y a distancias iguales que las anteriores, se van señalando los números negativos: $-1, -2, -3, \dots$



Orden de los números enteros

Los números enteros están ordenados. De dos números representados gráficamente, es mayor el que está situado más a la derecha, y menor el situado más a la izquierda.



Ejemplo:

$5 > 3$, quiere decir que 5 es mayor que 3.

$-10 < -7$, quiere decir que -10 es menor que -7 .

Operaciones con números enteros

Suma de números enteros: Propiedades de la suma de números enteros

Descripción	Propiedad	Ejemplo
Ley de cierre	$a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a + b \in \mathbb{Z}$	$3, (-5) \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3 + (-5) = -2 \in \mathbb{Z}$
Asociativa	$(a + b) + c = a + (b + c)$	$(2 + (-1)) + 5 = 2 + ((-1) + 5)$
Conmutativa	$a + b = b + a$	$3 + (-4) = (-4) + 3$
Elemento neutro	$a + 0 = a$	$2 + 0 = 2$
Opuesto aditivo	$a + (-a) = 0$	$3 + (-3) = 0$
Ley uniforme	$a = b \text{ y } c = d \Rightarrow a + c = b + d$	$3 - 2 = 1 \text{ y } 4 = 4 \Rightarrow (3 - 2) + 4 = 1 + 4$
Ley cancelativa	$a + c = b + c \Rightarrow a = b$	$(3 - 4) + 2 = -1 + 2 \Rightarrow 3 - 4 = -1$
Ley de monotonía	$a < b \text{ y } c = d \Rightarrow a + c < b + d$	$2 < 3 \text{ y } 1 = 1 \Rightarrow 2 + 1 < 3 + 1$

Notación: El símbolo “ \in ” es el símbolo de pertenencia. Por ejemplo:

“-2 \in Z” se lee: “-2 pertenece al conjunto de los números enteros”

Supresión de paréntesis

Al operar, no pueden juntarse dos signos. Se deben separar con paréntesis y se aplicarán las siguientes reglas:

Reglas

- $+(+a) = +a$
- $+(-a) = -a$
- $-(+a) = -a$
- $-(-a) = +a$

Observación:

Cuando el primer número de un cálculo o el primero dentro de un paréntesis, no tiene signo, se trata de un número positivo.

Resta de números enteros: Propiedades de la resta de números enteros

Descripción	Propiedad	Ejemplo
Ley de cierre	$a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a - b \in \mathbb{Z}$	$10, (-5) \in \mathbb{Z} \Rightarrow 10 - (-5) = 15 \in \mathbb{Z}$
Ley uniforme	$a = b \text{ y } c = d \Rightarrow a - c = b - d$	$4 - 3 = 1 \text{ y } 2 = 2 \Rightarrow 4 - 3 - 2 = 1 - 2$
Ley cancelativa	$a - c = b - c \Rightarrow a = b$	$3 - 5 - \cancel{2} = -2 - \cancel{2} \Rightarrow 3 - 5 = -2$

Para tener en cuenta!!

- SUMA Y RESTA DE NÚMEROS ENTEROS -

Si tengo dos números con signo "+", **sumo** los números y pongo el signo "+".

+ 3 + 5 = + 8

Si tengo dos números con signo "-", **sumo** los números y pongo el signo "-".

- 3 - 5 = - 8

Si tengo un número con signo "+", y otro con signo "-", **resto** los valores de ambos números y me quedo con el signo del **número más grande** tapando los signos.

+ 3 - 5 = - 2

Si tengo un número con signo "-", y otro con signo "+", **resto** los valores de ambos números y me quedo con el signo del **número más grande** tapando los signos.

- 3 + 5 = + 2

P
gina 4

Multiplicación de números enteros

Recuerde la siguiente regla de los Signos:

Producto					Cociente				
+	×	+	=	+	+	÷	+	=	+
-	×	-	=	+	-	÷	-	=	+
+	×	-	=	-	+	÷	-	=	-
-	×	+	=	-	-	÷	+	=	-

- Todo número multiplicado por 0 da por resultado **0**
- Todo número multiplicado por 1 da por resultado **el mismo número**
- Todo número multiplicado por -1 da por resultado **el opuesto de dicho número**
- El cociente entre dos números iguales siempre es **1**
- El cociente entre dos números opuestos es siempre **-1**

Propiedades de la multiplicación

Descripción	Propiedad	Ejemplo
Ley de cierre	$a, b \in \mathbb{Z} \Rightarrow a \cdot b \in \mathbb{Z}$	$3, (-5) \in \mathbb{Z} \Rightarrow 3 + (-5) = -2 \in \mathbb{Z}$
Asociativa	$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$	$(2 \cdot 4) \cdot (-1) = 2 \cdot (4 \cdot (-1))$
Conmutativa	$a \cdot b = b \cdot a$	$3 \cdot (-2) = (-2) \cdot 3$
Elemento neutro	$a \cdot 1 = a$	$(-5) \cdot 1 = -5$
Ley uniforme	$a = b \text{ y } c = d \Rightarrow a \cdot c = b \cdot d$	$2 \cdot 3 = 6 \text{ y } 2 = 2 \Rightarrow 2 \cdot 3 \cdot 2 = 6 \cdot 2$
Ley cancelativa	$a \cdot c = b \cdot c \Rightarrow a = b$	$(-3) \cdot 2 \cancel{= (-6)} \cdot \cancel{2} \Rightarrow (-3) \cdot 2 = -6$
Propiedad distributiva	$(a + b) \cdot c = c \cdot (a + b) = a \cdot c + b \cdot c$ $(a - b) \cdot c = c \cdot (a - b) = a \cdot c - b \cdot c$	$(2 + 3) \cdot 4 = 4 \cdot (2 + 3) = 2 \cdot 4 + 3 \cdot 4$ $(1 - 5) \cdot 2 = 2 \cdot (1 - 5) = 1 \cdot 2 - 5 \cdot 2$

Recordemos:

División entera

En una división entera el dividendo es igual al divisor por el cociente más el resto.

$$D = d \cdot c + r$$

$$17 \overline{) 5}$$

$$\boxed{2} \quad 3$$

$$17 = 5 \cdot 3 + 2$$

Propiedades de la división de números enteros:

Descripción	Propiedad	Ejemplo
Ley uniforme	$a = b \text{ y } c = d \Rightarrow a : c = b : d$	$2+4= 6 \text{ y } 2 = 2 \Rightarrow (2+4) : 2 = 6 : 2$
Ley cancelativa	$a : c = b : c \Rightarrow a = b$	$(-3+ 5) : 2 = (-2) : 2 \Rightarrow -3+5 = -2$

* Propiedad distributiva de la división de números enteros

Ejemplo:

$$(-12 + 4) : 2 = -12 : 2 + 4 : 2$$

$$(-8) : 2 = -6 + 2$$

$$-4 = -4$$

Hemos comprobado que en una división se puede distribuir a derecha.

Veamos que sucede en el siguiente ejemplo:

$$24 : (-3 + 2) = 24 : -3 + 24 : 2$$

$$24 : (-1) = -8 + 12$$

$$-24 \neq 4$$

Luego de analizar estos ejemplos podemos concluir que la propiedad distributiva se puede aplicar en la división, sólo si la suma, resta o suma algebraica se encuentra en el dividendo y, cada uno de los términos que la forman, son divisibles por el divisor.