

ESCUELA: CENS SOLDADOS DE MALVINAS

DOCENTE: ERICA N. VARGAS

CORREO ELECTRÓNICO: ericavargas09@gmail.com

CICLO: 2º 1º

TURNO: NOCHE

ÁREA CURRICULAR: MATEMÁTICA

GUÍA N° 9: EXPRESIONES ALGEBRAICAS ENTERAS

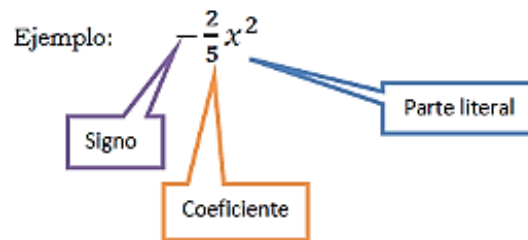
FECHA DE PRESENTACIÓN: **05 de OCTUBRE de 2020**

TÍTULO DE LA PROPUESTA: EXPRESIONES ALGEBRAICA "II"

- **CONTENIDO:** Operaciones con monomios y polinomios. Regla de Ruffini y teorema del resto.
- **CAPACIDADES A DESARROLLAR.**
 - Cognitivo: Resolver ejercicios con polinomios.
 - Procedimental: Aplicar operaciones con monomios y polinomios
 - Actitudinal: Presenta el trabajo en tiempo y forma
- **BIBLIOGRAFÍA:** Libro: Matemática I, II y III Autor: SM Argentina. Editorial Savia.

REPASANDO ALGUNOS CONCEPTOS

- ✚ Monomios: Son las expresiones algebraicas enteras en las que no intervienen ni la suma ni la resta.



- ✚ Monomios semejantes: Dos o más monomios son semejantes si tienen la misma parte literal (deben coincidir la letra y el exponente); es decir que pueden diferir en el signo y en el coeficiente.

Ejemplo: $-\frac{2}{5}x^2$ y $4x^2$ son semejantes

$-\frac{2}{5}x^2$ y $4x^3$ no son semejantes

- ✚ Polinomios: Son las expresiones algebraicas enteras en las que intervienen la suma, la resta o ambas simultáneamente. También puede definirse un polinomio como la suma algebraica de monomios. Se llama polinomio a una expresión del tipo:

Ejemplo: $P(x) = -3x^6 - x^5 - 12x^4 - 9x^2 + 9x + 108$

- ✚ Polinomio completo: Un polinomio está completo cuando posee todos los términos desde el de mayor grado hasta el término independiente. En caso contrario se dice incompleto. Para completar un polinomio se agregan los términos faltantes con coeficiente cero.

$P(x) = -3x^6 - x^5 - 12x^4 + 2x^3 - 9x^2 + 9x + 108$ Completo

$Q(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ Incompleto

$Q(x) = x^4 + 0x^3 - 8x^2 + 0x - 9$ Completo

- ✚ Polinomio ordenado: un polinomio está ordenado cuando sus términos están ordenados, según los exponentes de la variable, en forma creciente o decreciente. Usaremos el orden decreciente, o sea, de mayor a menor.

$P(x) = -3x^6 - x^5 - 12x^4 + 2x^3 - 9x^2 + 9x + 108$ Completo y ordenado

$Q(x) = x^4 - 8x^2 - 9$ Incompleto y ordenado

 Polinomio nulo: se denomina así, cuando todos los coeficientes son cero. El polinomio nulo carece de grado. Se simboliza $P(x) = 0$

 Valor numérico: se llama valor numérico de un polinomio al resultado obtenido luego de sustituir la variable por un número real, y realizar las operaciones como cálculo combinado. También se denomina especializar un polinomio

Dado el polinomio $P(x) = 2x^2 - 3x - 5$, hallar el valor numérico para $x = 2$, entonces sustituimos la letra por dicho valor:

$$P(2) = 2 \cdot 2^2 - 3 \cdot 2 - 5 = 8 - 6 - 5 =$$

$$P(2) = -3 \text{ por lo tanto el valor numérico del } P(x) \text{ es } -3, \text{ cuando la variable toma valor } 2.$$

OPERACIONES CON POLINOMIOS

SUMA DE POLINOMIOS

Definición: Se llama suma de dos polinomios P y Q al polinomio cuyos términos se obtienen sumando los términos del mismo grado de P y Q.

Regla práctica: para sumar varios polinomios entre sí, se coloca uno debajo del otro, de manera que los términos semejantes queden encolumnados; se realizan las sumas parciales de cada columna y así se obtiene el polinomio resultado. Por ejemplo:

$$\text{Dados los polinomios } P(x) = -x^5 - 12x^4 + 2x^3 - 9x^2 + 9x + 108$$

$$Q(x) = x^4 - 8x^2 - 5x - 9$$

Para calcular $P(x) + Q(x)$ procedemos así:

$$\begin{array}{r}
 -x^5 - 12x^4 + 2x^3 - 9x^2 + 9x + 108 \\
 + \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\
 \quad \quad \quad x^4 \quad \quad - 8x^2 - 5x - 9 \\
 \hline
 P(x) + Q(x) = -x^5 - 11x^4 + 2x^3 - 17x^2 + 4x + 99
 \end{array}$$

RESTA DE POLINOMIOS

Definición: La diferencia entre un polinomio P y otro Q, es un polinomio que se obtiene sumando a P el opuesto de Q.

Regla práctica: para restar dos polinomios, al minuendo se le suma el opuesto del sustraendo. Dados los polinomios:

$$P(x) = -6x^6 - 8x^4 - 5x^2 + 2x + 4 \quad y$$

$$Q(x) = 8x^6 + 3x^5 - x^4 - x^2 - 3x - 9$$

Si anotamos el desarrollo en forma horizontal, puede notarse que el signo de la resta afecta a todo el polinomio sustraendo, de modo que cambian todos ellos, quedando el polinomio opuesto, o sea $-Q(x)$

$$P(x) - Q(x) = -6x^6 - 8x^4 - 5x^2 + 2x + 4 - (8x^6 + 3x^5 - x^4 - x^2 - 3x - 9) =$$

Para calcular $P(x) - Q(x)$ procedemos así:

$$\begin{array}{r} -6x^6 \qquad - 8x^4 - 5x^2 + 2x + 4 \\ + \quad - 8x^6 - 3x^5 + x^4 + x^2 + 3x + 9 \\ \hline P(x) + (-Q(x)) = -14x^6 - 3x^5 - 7x^4 - 4x^2 + 5x + 13 \end{array}$$

MULTIPLICACIÓN DE POLINOMIOS

Para multiplicar dos polinomios se aplica la propiedad distributiva; multiplicando los coeficientes, sumando los exponentes de la variable y aplicando la regla de signos. Luego se suman los términos de igual grado.

Regla práctica: procedemos a disponer los polinomios como en la multiplicación entre números. Recordar que pasaba con los exponentes de las variables al momento de multiplicar. (Por ejemplo $2x \cdot 3x^2 = 6x^3$ los exponentes de igual base se suman). Ejemplo:

Dados los polinomios $P(x) = 2x^3 - 9x^2 + 4x + 3$ y $Q(x) = 8x^2 - 5x$

calcular $P(x) \cdot Q(x)$

$$\begin{array}{r} 2x^3 - 9x^2 + 4x + 3 \\ \cdot \quad 8x^2 - 5x \\ \hline -10x^4 + 45x^3 - 20x^2 - 15x \\ 16x^5 - 72x^4 + 32x^3 + 24x^2 \\ \hline 16x^5 - 82x^4 + 77x^3 + 4x^2 - 15x = P(x) \cdot Q(x) \end{array}$$

DIVISIÓN DE POLINOMIOS

Dividir un polinomio $D(x)$ llamado dividendo, por otro $d(x)$, llamado divisor, es encontrar dos expresiones algebraicas $C(x)$ y $R(x)$, llamada cociente y resto respectivamente; tales que el dividendo es igual al producto del divisor por el cociente, más el resto. Y el grado del resto menor que el grado del divisor.

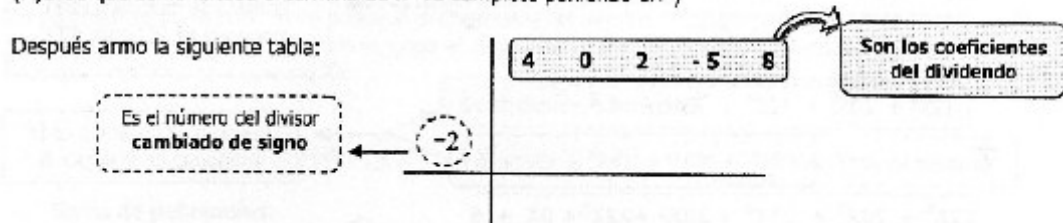
$$D(x) = d(x) \cdot C(x) + R(x)$$

Regla de Ruffini: es un método abreviado para realizar divisiones en los que el divisor es de la forma $(x+a)$ con a igual a un número.

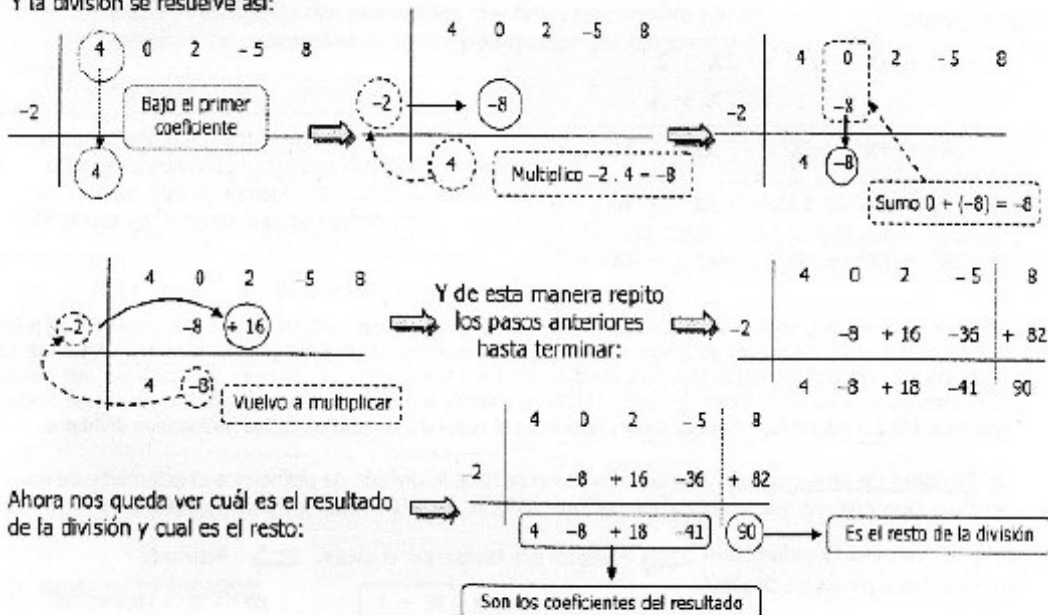
Veamos un ejemplo: $(4x^4 + 2x^3 - 5x + 8) \div (x + 2)$

Primero tenemos que escribir el dividendo completo y ordenado: $4x^4 + 0x^3 + 2x^2 - 5x + 8$
(Fíjense que como faltaba el término de x^3 lo completé poniendo $0x^3$)

Después armamos la siguiente tabla:



Y la división se resuelve así:



Entonces: $(4x^4 + 2x^3 - 5x + 8) \div (x + 2) = 4x^3 - 8x^2 + 18x - 41$ (Y de resto 90)

El **teorema del Resto** sirve para calcular el resto de una división sin tener que hacer la misma. Por lo tanto es muy útil para establecer si dos polinomios son divisibles. En el caso tratado anteriormente procedemos así:

$$P(x) = 4x^4 + 2x^3 - 5x + 8$$

$$P(-2) = 4(-2)^4 + 2(-2)^3 - 5(-2) + 8$$

$$P(-2) = 4 \cdot 16 + 2 \cdot (-8) + 10 + 8 = 90$$

ACTIVIDADES

- Dados los polinomios $P(x) = 8x^3 - 5x^2 + 1$ y $Q(x) = 4x^2 - 2x + 3$ realizar las siguientes operaciones $P(x) + Q(x)$, $P(x) - Q(x)$, $P(x) \cdot Q(x)$.
- Aplica la regla de Ruffini para dividir $P(x) = x^3 + 5x^2 - 2x + 1$ entre $(x - 3)$. Luego aplica el Teorema del resto para verificar.

DIRECTORA: ROMINA A. RIOFRIO DÁVILA