Escuela Agroindustrial 25 de Mayo.

Espacio Curricular: Probabilidad y Estadística.

Curso: 7ºaño 2ºdivision **Ciclo**: Orientado **Turno**: Tarde

Profesor: Riveros Raul. **Mail**: pr_riveros@yahoo.com.ar

Fecha: 12 de Octubre de 2020 **Guía Nº 10**

Tema: Técnicas de Conteo.

Objetivo: Resolver cálculos de Permutaciones.

Resolver cálculos de Variaciones sin reposición.

Permutaciones.

A cada una de las ordenaciones posibles de los elementos de un conjunto finito de le conoce como **Permutación**. Para calcular el número de permutaciones posibles es necesario recordar el **principio multiplicativo**.

Principio Multiplicativo.

Si un conjunto esta compuesto por $\mathbf{n_1}$ elementos, otro conjunto por $\mathbf{n_2}$ elementos, y así sucesivamente con **K** conjuntos diferentes, el **principio multiplicativo** determina que la cantidad de maneras de combinar los elementos de los conjuntos es:

$$\mathbf{n_1 . n_2 . n_3 ....n_k}$$

Ejemplo.

Marcelo tiene 3 chaquetas (roja, verde y azul) y 2 pantalones (café , negro).

¿De cuantas formas distintas puede escoger la ropa que se quiere colocar?

Para determinar la cantidad de formas de vestirse que puede formar Marcelo se definen los siguientes conjuntos.

A: Color de chaqueta A= { roja , verde , azul }

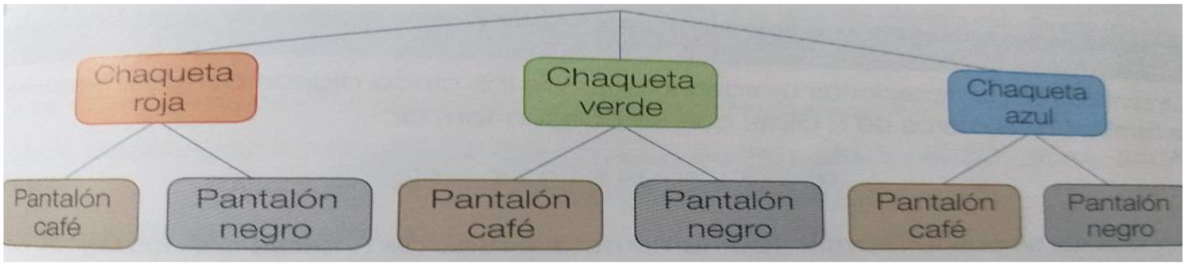
B= Color de pantalón. B= { café, negro }

Luego, se calcula la cantidad de cada conjunto,

$\#A = 3$ $\#B= 2$

Finalmente, se aplica el principio multiplicativo para calcular el producto entre la cantidad de elementos de cada conjunto, es decir, 3 . 2 = 6. Por lo tanto, hay 6 maneras de combinar los elementos de ambos conjuntos.

Esto se puede representar en un diagrama de árbol que tiene 6 ramas.



Como ya se mencionó, una **permutación** corresponde a una ordenación de una lista o conjunto de **n** elementos.

Para calcular la cantidad de permutaciones posibles en un conjunto finito de **n** elementos se puede aplicar el principio multiplicativo. Así, el número total de ordenaciones diferentes de n elementos está dada por:

$$P_n = n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \ldots 3 \cdot 2 \cdot 1 \quad \text{con } n \in N_0$$

n! se lee n factorial y se resuelven así.

7! = 7.6.5.4.3.2.1 = 5040 **5!**= 5.4.3.2.1= 120

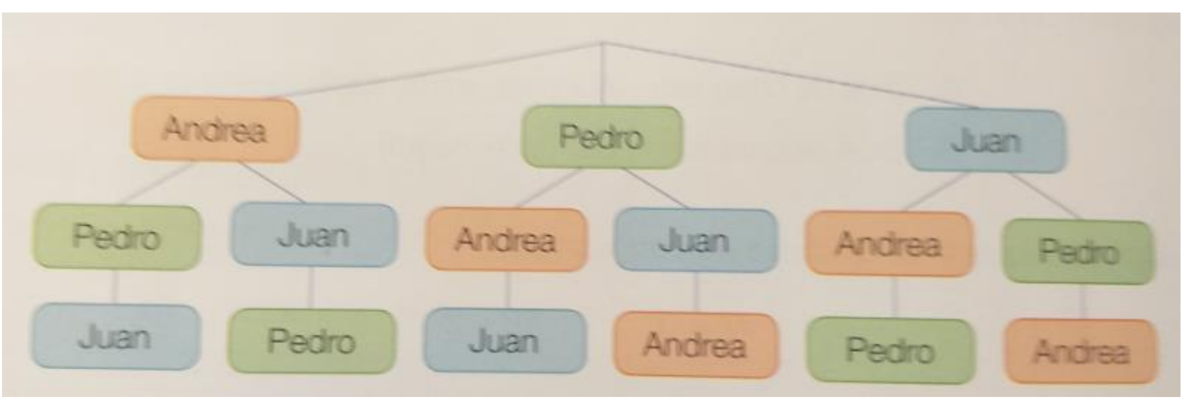
Ejemplo.

Andrea, Pedro y Juan realizan una carrera para ver quién es el más rápido. ¿De cuántas maneras posibles podrían llegar los tres amigos considerando que no hay empate?

Para responder se puede aplicar directamente el principio multiplicativo.

$$P_3 = 3! = 3.2.1 = 6$$

Hay 6 formas diferentes de llegada. Esto se puede representar con un diagrama de árbol.



Actividades.

1-Sin repetir los dígitos 5,6 y 7 ¿Cuántos números de 3 cifras se pueden formar?

2-Con las cifras impares 1,3, 5,7 y 9

a)¿Cuántos números distintos de 5 cifras se pueden formar?
b) ¿Cuántos de los números de cinco cifras son menores que 7000?

3- Para una foto familiar Beatriz y sus 6 sobrinos, Jorge, Mariana, Carlos, Vanesa, Nancy y Ángeles se van a ubicar en una fila. ¿De cuántas maneras posibles pueden hacerlo?

4- a. ¿De cuántas maneras distintas entre sí pueden ponerse en el estante de una biblioteca 3 libros de matemática, 2 libros de física y 4 libros de historia, si ninguno de ellos está repetido? b. Si los libros de matemática y los de física tienen que estar juntos, ¿de cuántas maneras se pueden ubicar?

Permutaciones con repetición.

Puede ocurrir que en el conjunto existan elementos que se repiten. Por ejemplo, si se quisiera calcular la cantidad de palabras que se pueden formar con las letras de la palabra FOSFORO, se deberían calcular las permutaciones posibles de 7 elementos; sin embargo, las letras F y O se repiten 2 y 3 veces, respectivamente, por lo tanto hay palabras (permutaciones de letras) que se están contando más de una vez.

Para calcular correctamente la cantidad de permutaciones cuando hay elementos que se repiten se debe dividir por las permutaciones de dichos elementos.

Se considera un conjunto formado por n elementos, constituido de la siguiente manera, un elemento se repite n_1 veces, otra, n_2 veces , y así sucesivamente , hasta un k-esimo elemento que se repite n_k veces, es decir, la cantidad total de elementos del conjunto es:

$$\mathbf{n = n_1 + n_2 + \ldots\ldots + n_k}$$

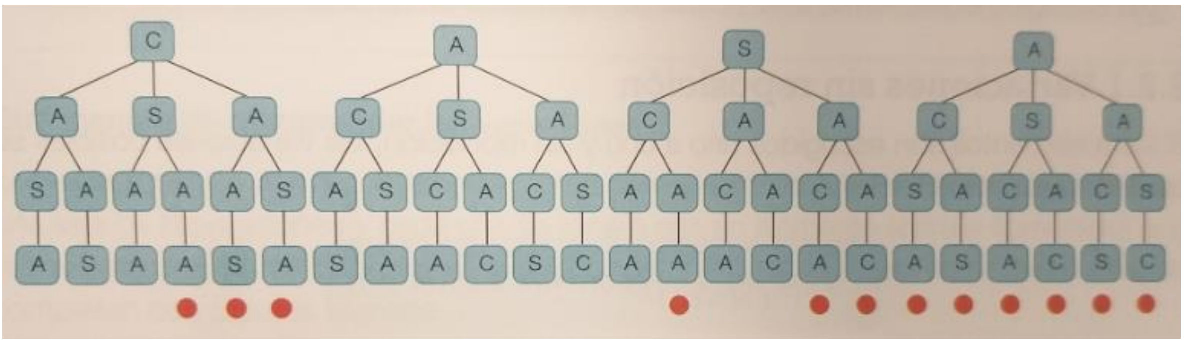
Las permutaciones de este conjunto con elementos que se repiten está dado por:

$$P_n^{n_1,\ldots,n_r} = \frac{n!}{n_1!\ldots n_r!}$$

Ejemplo.

¿Cuántas palabras distintas, con sentido o no, se pueden formar con las letras de la palabra CASA? Escríbelas.

Usando un diagrama de árbol, es posible determinar las palabras que se forman considerando todas las letras como elementos diferentes, para luego eliminar los elementos que se repiten, los cuales se marcan con un punto rojo.



Según el diagrama, hay 12 palabras distintas que se pueden formar,

{ CASA, CAAS, CSAA, ACAS, ACSA, ASCA, ASAC, AACS, AASC, SCAA
SACA, SAAC }

Aplicando la formula, se obtiene:

$$P_{2,1,1}^{4} = \frac{P_4}{2!\,.1!\,.1!} = \frac{4.3.2.1.}{2} = \frac{24}{2} = 12$$

Actividades

4- ¿Cuántas palabras diferentes, con sentido o sin él, se pueden formar con las letras de la palabra FOSFORO?

5- Queremos saber cuántos números de cinco cifras hay en las que el 2 aparezca una vez, el 7 dos veces y el 9 dos veces también.

6 -a)¿Cuántas claves de acceso a una computadora será posible diseñar con los números 4,4,4,7,2,2,2,2?,

b)¿cuántas de las claves anteriores empiezan por un número 4 seguido de un 7?,

7- ¿De cuantas maneras diferentes se pueden ordenar en un estante los siguientes productos?

Variaciones.

Cada una de las **listas ordenadas** de **n** elementos que se pueden formar de un conjunto de **N** elementos diferentes (ninguno se repite) se denomina **variación**. Es decir, una variación es una permutación de un subconjunto de elementos de un conjunto finito.

El cálculo de las variaciones depende de si los elementos de la lista se obtuvieron con reposición o sin ella.

- Se dice que los elementos de un conjunto son seleccionados **sin reposición** si una vez escogido el elemento, este no puede ser seleccionado nuevamente.
- Se dice que los elementos de un conjunto son seleccionados **con reposición** si una vez escogido el elemento, este puede ser seleccionado nuevamente.

Variaciones sin reposición.

Si los **n** elementos son escogidos uno a uno y sin reposición, las variaciones posibles se pueden calcular mediante:

$$V_n^N = \frac{N!}{(N-n)!} \quad con\ N>n$$

Ejemplo.

Un empleado de una tienda debe organizar la vidriera del local. El administrador le pide que vista 3 maniquíes con 3 de los 4 vestidos de la última colección. ¿De cuantas maneras puede hacerlo?

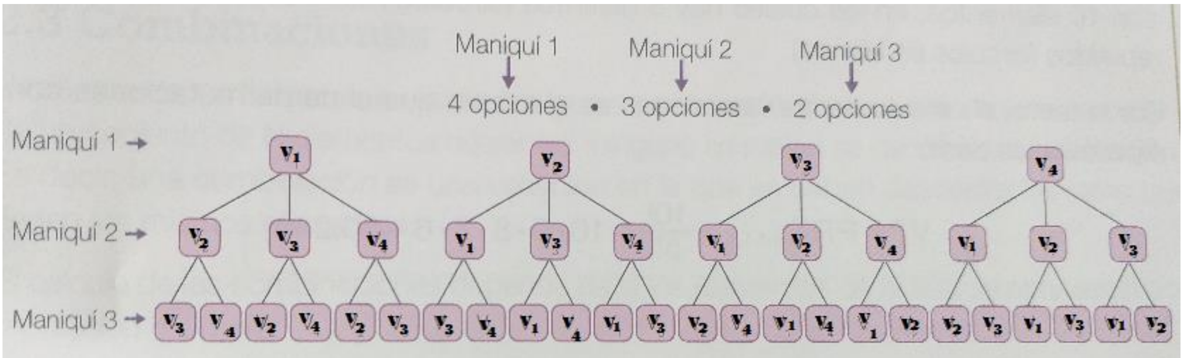
Luego tenemos que N = 4 y n=3 . Además, la selección es sin reposición, pues el mismo vestido no se le puede poner a dos maniquíes distintos.

Así que la variaciones asociadas a las maneras diferentes de organizar la vidriera están dadas por:

$$V_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!} = \frac{4.3.2.1}{1} = 24$$

Luego, el empleado tiene 24 formas diferentes de poner 3de los 4 vestidos en los maniquíes.

Utilizando un diagrama de árbol seria:



Actividades.

8- ¿Cuántos números distintos de 3 cifras se pueden formar con los números 1, 4 , 6, 8 y 9?

9-En una empresa que trabajan 12 personas se quiere elegir la comisión directiva. Es decir, director, secretario y tesorero ¿Cuántas posibilidades hay de que un miembro de la empresa sea elegido?

10- José tiene un candado con una combinación de 4 dígitos, es decir, del 0 al 9. Se olvidó la clave pero sabe que no se repetía ningún número.

a) ¿Cuántas posibilidades tiene para acceder?
b) Si se acuerda que el primer digito era 9 ¿Cuál es la probabilidad de que acceda la primera vez que pone un número?

11-En un curso de 45 alumnos se realizó una rifa, cada uno de ellos adquirió un solo número. Los premios son: una Tablet, un teléfono móvil y un reproductor de música.

a)¿De cuantas maneras se pueden entregar los premios?
b) Si el día del sorteo se agregan 2 premios sorpresa, ¿De cuantas maneras se pueden entregar todos los premios?

12- Dentro de una bolsa se introducen tarjetas con los dígitos del 1 al 5 . El experimento consiste en sacar dos tarjetas, una después de la otra sin devolverlas, y formar un número de dos cifras.

a) ¿Cuántos números podrían formarse?
b) ¿Cuántos números menores que 50 se pueden formar?