C.E.N.S. 210

GUÍA PEDAGÓGICA N° 6 DE MATEMÁTICA

Área: Matemática

Cursos: 2° año división: TODAS

Turno: Noche

Docentes: Llarena Juan Pablo, Berozzi Nicolás, Mattar Sebastián, Femenía Adriana.

Objetivos:

- Se espera que los estudiantes desarrollen la capacidad de resolución de problemas enfocada en el análisis e interpretación matemática de las situaciones problemáticas.
- Desarrollar en los estudiantes las capacidades de comprensión lectora.

Temas:

- Función lineal. Repaso
- Ecuación de la recta
- Rectas paralelas y perpendiculares

Capacidad a desarrollar:

- Resolución de problemas

Evaluación: El presente trabajo deberá ser entregado el primer día de clase una vez retomadas las mismas. Se presentará en forma individual y se colocará una calificación que será parte de las calificaciones del trimestre. Además se seleccionará algunos alumnos para que expongan en clase lo trabajado.

Bibliografía: Se acepta y estimula el uso de cualquier bibliografía.

Parte Teórica

Recordemos que una función es una relación entre dos variables (donde a cada valor de la primer variable le corresponde uno y sólo un valor de la segunda variable), por ejemplo: *Supongamos que cierta persona se demora dos minutos en pintar un metro cuadrado de pared*, entonces estamos en presencia de dos variables, por un lado el ***tiempo*** que se tarda en pintar y por el otro la ***superficie,*** dos variables que se relacionan entre sí***.***

Teniendo en cuenta cómo está dada la relación en este caso, es decir; *Un metro cuadrado de pared lo pinta en dos minutos,* podemos deducir que*:*

Dos metros cuadrados se va a demorar cuatro minutos

Tres metros cuadrados se va a demorar _ _ _ _ _ _ minutos.

Cuatro metros cuadrados se va a demorar _ _ _ _ _ _ minutos

Diez metros cuadrados se va a demorar _ _ _ _ _ _ minutos

Observando los ítems anteriores nos damos cuenta que la relación se expresa:

Minutos que se tarda en pintar = 2 x metros cuadrados de pared

Luego, si llamamos $x\ a\ la\ superficie$ y $f(x)\ los\ minutos$ la relación anterior se puede expresar por medio de la fórmula:

$$f(x) = 2.x$$

Las funciones cuya fórmula son del tipo anterior se las llama funciones *lineales o afines*:

*Llamaremos **función lineal o afín** a toda función de la forma $f(x) = a.x + b$, donde a y b son números reales. Su dominio es el conjunto de los números Reales $\mathbb{R}$.*

Ejemplos:

$F(x) = -3x + 2 \Rightarrow$ ✓ Es Función Afín

$F(x) = \sqrt{x} + 1 \Rightarrow$ No es Función Lineal

$F(x) = \frac{1}{3}x - 5 \Rightarrow$ ✓ Es Función Afín

$F(x) = \frac{x^3 + 1}{x} \Rightarrow$ No es Función Lineal

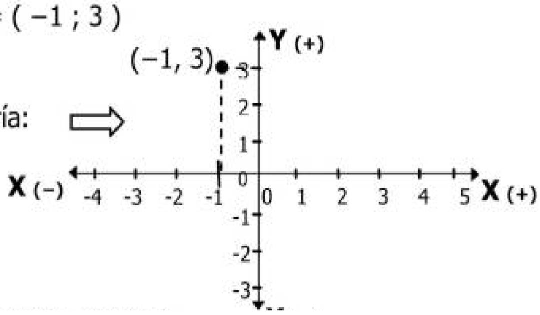
☆ Ubicando puntos en el plano: Como en funciones lineales vamos a trabajar con el plano cartesiano veamos antes de empezar, como ubicar puntos en el plano cartesiano (llamado tambien plano X-Y).

Los puntos en un plano cartesiano, tienen 2 coordenadas, que son justamente la coordenada de "x" y la coordenada de "Y".

Un punto en el plano se simboliza de la siguiente manera: P = (−1 ; 3)
La primera coordenada es la de "X" y la segunda la de "Y"

Por lo tanto si ubicamos el punto P = (−1 ; 3) en el plano sería: $\Rightarrow$

Coordenada "x" Coordenada "Y"



☆ <u>Graficando rectas</u>: (A toda función afín le corresponde graficamente una recta) Y (-)

La forma de la ecuación de una recta es **Y = "a" . X + "b"** ("Forma Explícita")
Donde "a" y "b" son dos números reales cualesquiera (Pero "a" debe ser distinto de 0)

Para comenzar a graficar Rectas, vamos a ir a un caso sencillo: $y = 2.x + 1$
Donde "a" vale 2 y "b" vale 1. Preparemos una **Tabla de Valores**: La **Tabla de Valores** tiene 2 columnas:

- En la primera columna, **inventamos** los valores que le damos a la **x**. La variable **x** es **independiente**.
- En la segunda columna, **calculamos** los valores que va tomando **y** según cada valor de **x**. La variable **Y** se llama variable **dependiente**

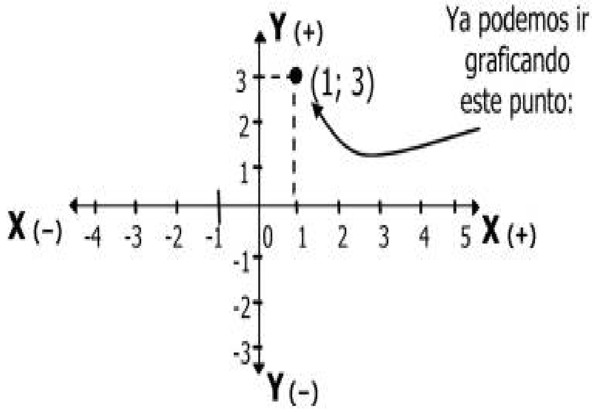
Comencemos asignándole a x el valor 1...

Partimos de la fórmula
De la ecuación de la recta

$y = 2.x + 1$ si $x = 1$ $y = 2.1 + 1 = 3$

Si **x** vale:	Entonces **y** vale:
1	**3**

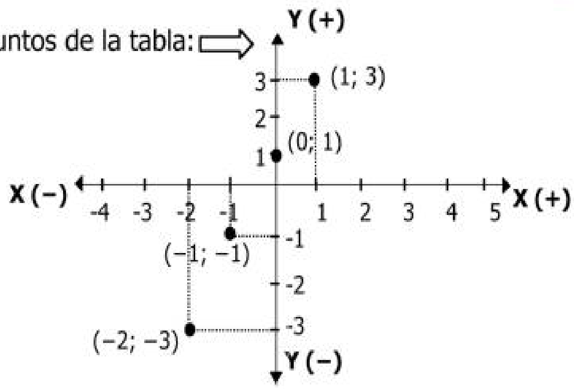
Reemplazamos la "X" por 1 y calculamos lo que vale "Y"



Y probando con otros puntos:

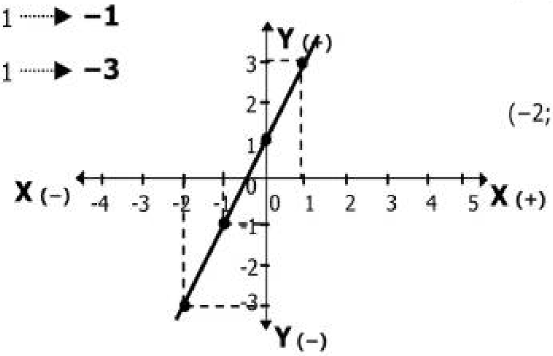
Si **x** vale	Entonces **y** vale:
1	2.1+1 → **3**
0	2.0+1 → **1**
−1	2.(−1)+1 → **−1**
−2	2.(−2)+1 → **−3**

Graficamos los puntos de la tabla:



Para calcular la variable "**y**" siempre remplazamos "X" por el número que elegimos en cada fila.

Por último, unimos estos puntos y tenemos ya graficada la recta..



Bueno, hasta acá, vimos como graficar una recta haciendo la tablita de valores, esto siempre es válido, incluso para graficar cualquier función, pero en el caso de las rectas vamos a ver ahora una manera mas directa y rápida de graficarlas, para eso veamos primero en detalle la "**ecuación explícita de la recta**"

Algo de esto ya dijimos, la **ECUACIÓN EXPLÍCITA** de una recta tiene la forma: $y = a \cdot x + b$

"a" es un número real al que llamamos **Pendiente** de la recta

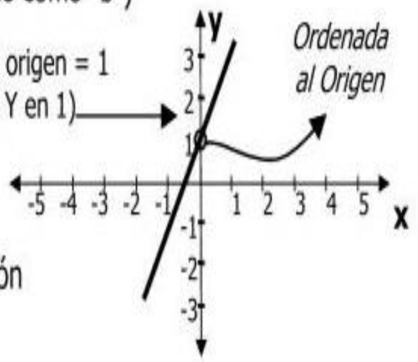
"b" es otro número al que llamamos **ordenada al origen**

- **<u>Pendiente y Ordenada al Origen</u>:** Vamos a ver ahora cómo graficar estas rectas en función del significado de la letras "a" y "b", o sea de la pendiente y la ordenada al origen de las rectas.

  - **<u>La Ordenada al Origen</u>:** Es el valor que toma "y" cuando "x=0" y <u>este valor nos indica donde la recta corta al eje Y.</u> (En la fórmula general la expresamos como "b")

La recta que graficamos antes era Y = 2 X + 1

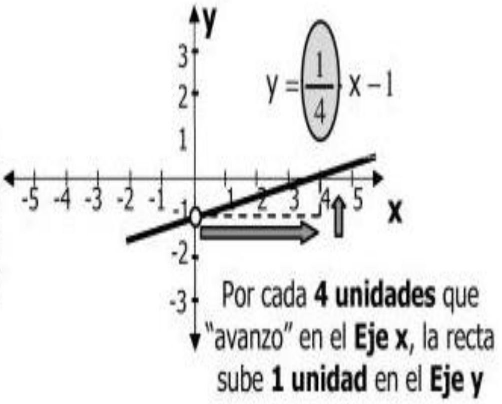
Ordenada al origen = 1
(corta al eje Y en 1)



  - **<u>La Pendiente</u>**: Este valor lo que nos indica es la inclinación de la recta (En la fórmula general la expresamos como "a")... Veamos como graficar una recta a partir de su pendiente.

Ejemplo: Grafiquemos la recta: $y = \frac{1}{4} \cdot x - 1$

Lo primero que hacemos es ubicar la ordenada al origen, porque sabemos que la recta va a cortar al eje Y en ese punto, por lo tanto ya tenemos un punto de partida para graficar la recta. Marcamos entonces el –1 sobre el eje Y (y a partir de ese punto ubico otro punto según la pendiente)



Ver el video https://www.youtube.com/watch?v=UtQVHfLheq4 para más información!

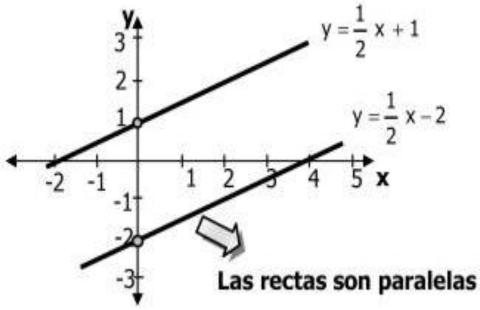
⇨ **Rectas Paralelas**:

Como ya habíamos adelantado, para que dos rectas sean paralelas, **las pendientes deben ser iguales**.

Dadas las rectas $\begin{cases} Y_1 = a_1 \,.\, X + b_1 \\ Y_2 = a_2 \,.\, X + b_2 \end{cases} \Rightarrow$ Las rectas Y_1 e Y_2 son paralelas: $\Leftrightarrow \boxed{a_1 = a_2}$ "O sea que para que sean paralelas las pendientes tienen que ser iguales"

Veamos un ejemplo graficado:

$$\left.\begin{array}{l} y = \frac{1}{2}x - 2 \\ y = \frac{1}{2}x + 1 \end{array}\right\} \text{Tienen ambas pendiente} = \frac{1}{2}$$



⇨ **Rectas Perpendiculares**:

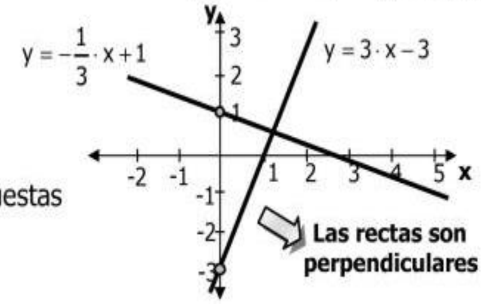
El caso de las rectas perpendiculares es un poco mas difícil de ver, pero quiero que quede claro que no hay duda de que está condición dependerá de las pendientes de las rectas, ya que las mismas son las que definen la inclinación relativa de las rectas respecto del eje "X"

Veamos entonces cuál debe ser la relación entre las pendientes para que dos rectas sean perpendiculares:

Dadas las rectas $\begin{cases} Y_1 = a_1 \,.\, X + b_1 \\ Y_2 = a_2 \,.\, X + b_2 \end{cases} \Rightarrow$ Las rectas Y_1 e Y_2 son perpendiculares: $\Leftrightarrow \boxed{a_1 = -\frac{1}{a_2}}$ "O sea que para que sean perpendiculares las pendientes tienen que ser inversas y opuestas"

Veamos un ejemplo graficado:

$$\left.\begin{array}{l} y = 3 \cdot x - 3 \\ y = -\frac{1}{3} \cdot x + 1 \end{array}\right\} \begin{array}{l} 3 \text{ y } -\frac{1}{3} \\ \text{Son inversas y opuestas} \end{array}$$



Ver el video https://www.youtube.com/watch?v=QY0mJGQjE5E para más información.

Práctico de Matemática

Ejercicio 1

Ubicar en el plano los siguientes puntos:

A = (2 ; 3)
B = (1 ; 5)
C = (0 ; 4)
D = (3 ; −1)
E = (−2 ; 0)
F = (−5 ; −9)
G = (−3 ; −1)
H = (1,2 ; −2)
I = (3/5 ; 2)
J = (2/3 ; −1)
K = (−2/3 ; 0)
L = (−1/4 ; −1/2)
M = (1/5 ; −6)
N = (0 ; 0)
O = (−2/3 ; −3)
P = (3/2 ; 5/2)
Q = (−1/2 ; −1/2)

Ejercicio 2

Decir cuáles de las siguientes funciones son funciones Afines:

2) $f_{(x)} = x+1$
3) $f_{(x)} = -x+1$
4) $f_{(x)} = x^2+1$
5) $f_{(x)} = x^2+x+1$
6) $f_{(x)} = \frac{3}{2}x + 2$
7) $f_{(x)} = \frac{-3}{2}x - 2$
8) $f_{(x)} = 2 + \frac{3}{2}x$
9) $f_{(x)} = 2^2 + x$
10) $f_{(x)} = 2 + x^2$
11) $f_{(x)} = x + \sqrt{2}$
12) $f_{(x)} = \sqrt{x+2}$
13) $f_{(x)} = \frac{x}{2}$
14) $f_{(x)} = \frac{2}{x}$
15) $f_{(x)} = 2x$
16) $f_{(x)} = -2$
17) $f_{(x)} = 0$

Ejercicio 3

Graficar en forma aproximada las siguientes funciones lineales, esta vez sin usar tabla de valores, sino, partiendo de la ordenada al origen y utilizando el valor de la pendiente:

73) $f_{(x)} = 2x + 2$
74) $f_{(x)} = 2x - 5$
75) $f_{(x)} = \frac{1}{2}x + 3$
76) $f_{(x)} = \frac{2}{3}x + 5$
77) $f_{(x)} = \frac{3}{2}x - 2$
78) $f_{(x)} = \frac{-2}{3}x$
79) $f_{(x)} = -\frac{3}{2}x$
80) $f_{(x)} = -x + 2$
81) $f_{(x)} = -\frac{1}{5}x + 1$
82) $f_{(x)} = -\frac{2}{5}x + 4$
83) $f_{(x)} = -\frac{5}{2}x + 4$
84) $f_{(x)} = \frac{5}{2}x + 4$

Ejercicio 4: Para cada una de las siguientes rectas, hallar una recta paralela y otra perpendicular:

a) $y = 2x - 3$
b) $y = \frac{2}{5}x - 1$
c) $y = x - 2$
d) $y = x$

Directora: Prof. Adriana Simone