

Escuela: C.E.N.S. "Los Tamarindos"

Docente: Emilio Dominguez

Ciclo: 3º año 1ª división

Turno: Noche

Area Curricular: Matemática

Ley de Senos – Ejercicios Resueltos

Una de las cosas que debemos saber acerca de la ley de senos, es que solo es aplicable a **triángulos oblicuángulos**, es decir aquellos triángulos los cuales no tienen ningún ángulo recto o de 90°.

También debemos considerar dos puntos importantes, para poder utilizar dicha ley, y consiste en aplicarla solo cuando nos encontramos bajo los siguientes dos casos:

- Cuando los datos conocidos son **dos lados y el ángulo opuesto** a uno de ellos.
- Cuando se tenga **dos ángulos y cualquier lado**.

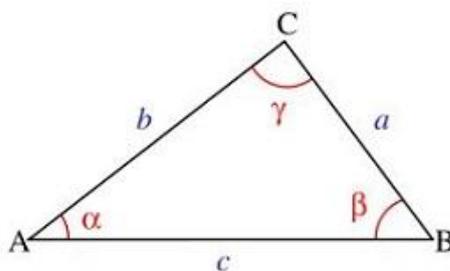
Fórmula para la Ley de Senos

La fórmula para resolver ejercicios de triángulos mediante la ley de senos, es la siguiente:

$$\frac{a}{\operatorname{sen}A} = \frac{b}{\operatorname{sen}B} = \frac{c}{\operatorname{sen}C}$$

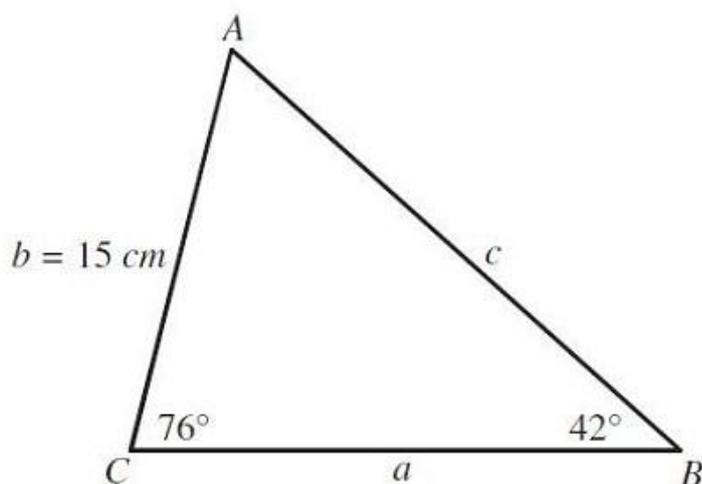
También podemos emplear la misma fórmula, pero recíproca, es decir:

$$\frac{\operatorname{sen}A}{a} = \frac{\operatorname{sen}B}{b} = \frac{\operatorname{sen}C}{c}$$



Ejemplos resueltos de la Ley de Senos

1.- En el triángulo ABC, $b = 15 \text{ cm}$, $\angle B = 42^\circ$, y $\angle C = 76^\circ$. Calcula la medida de los lados y ángulos restantes



Solución: Si observamos, podemos ver que nuestro triángulo tiene dos ángulos y un solo lado, por lo cual podemos aplicar la ley de senos, sin embargo, podemos realizar un análisis sencillo para hallar el otro ángulo desconocido, tomando en cuenta que; la **suma de los ángulos interiores** de cualquier triángulo deben sumar 180° .

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

Colocando, los datos que tenemos en nuestro triángulo.

$$\angle A + 42^\circ + 76^\circ = 180^\circ$$

$$\angle A + 118^\circ = 180^\circ$$

$$\angle A = 180^\circ - 118^\circ = 62^\circ$$

Por lo que el ángulo en A, es de 62 grados.

$$\angle A = 62^\circ$$

Ahora tenemos que encontrar el valor de las longitudes de a y c, para ello recurriremos a la fórmula:

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B} = \frac{c}{\text{sen}C}$$

Si observamos, nos interesa encontrar el valor del lado a y c, y ya tenemos a nuestra disposición cuanto equivalen los ángulos opuestos a esos lados, por lo cual, puedo tomar la igualdad que yo desee.

Supongamos que necesito encontrar el **lado a** entonces, hacemos:

$$\frac{a}{\text{sen}62^\circ} = \frac{b}{\text{sen}42^\circ}$$

Por lo que sustituyendo procedemos a despejar.

$$a = \frac{b \cdot \text{sen}62^\circ}{\text{sen}42^\circ} = 19.79\text{cm}$$

Listo...! hemos encontrado el valor del lado a.

Ahora encontremos el lado restante.

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{c}{\text{sen}C}$$

$$\frac{19.79\text{cm}}{\text{sen}62^\circ} = \frac{c}{\text{sen}76^\circ}$$

despejando a "c"

$$c = \frac{(19.79\text{cm})(\text{sen}76^\circ)}{\text{sen}62^\circ}$$

realizando la operación:

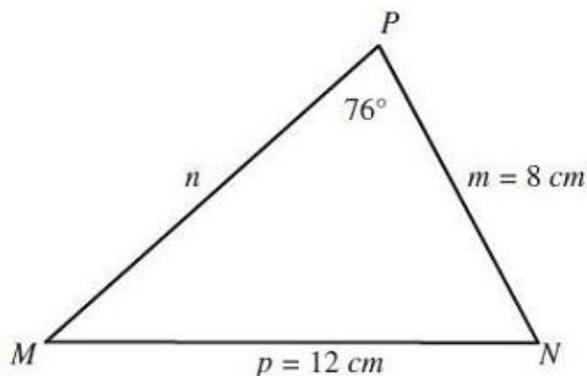
$$c = \frac{(19.79\text{cm})(\text{sen}76^\circ)}{\text{sen}62^\circ} = 21.75\text{cm}$$

por lo que el lado restante "c" mide 21.75 cm.

Problema resuelto.

2.- En el triángulo ABC, $b = 15\text{ cm}$, $\angle B = 42^\circ$, y $\angle C = 76^\circ$. Calcula la medida de los lados y ángulos restantes

Solución



En este ejemplo a diferencia del anterior, **no disponemos de dos ángulos**, solamente de dos lados, por lo cual no podemos sumar los ángulos internos, e iniciar el proceso como se hizo anteriormente. 😞

Pero el problema nos proporciona un lado $p = 12\text{cm}$, y el ángulo opuesto a éste de 76° , por lo que podemos obtener otro ángulo, mediante la fórmula de senos.

$$\frac{p}{\text{sen}P} = \frac{m}{\text{sen}M} = \frac{n}{\text{sen}N}$$

podemos elegir que ángulo deseamos encontrar, para este ejemplo, usaremos la igualdad:

$$\frac{p}{\text{sen}P} = \frac{m}{\text{sen}M}$$

despejando a Sen M

$$\text{Sen}M = \frac{m \cdot \text{sen}P}{p}$$

Sustituyendo nuestros valores en la fórmula, obtenemos:

$$\text{Sen}M = \frac{m \cdot \text{sen}P}{p} = \frac{(8\text{cm})\text{sen}(76^\circ)}{12\text{cm}} = 0.6469$$

sacando la inversa del seno, para encontrar el ángulo, tenemos:

$$\text{sen}^{-1}M = 0.6469$$

$$M = 40.18$$

Ahora, como sabemos que la suma de los ángulos interiores de un triángulo es de 180° , encontremos el ángulo faltante.

$$180^\circ = \angle M + \angle N + \angle P$$

$$180^\circ = 40.18^\circ + 76^\circ + \angle P$$

$$\angle N = 180^\circ - 40.18^\circ - 76^\circ$$

$$\angle N = 63.42^\circ \quad \text{Por lo que el ángulo restante, es de } 63.42^\circ$$

El siguiente lado que nos falta por encontrar, lo volveremos hacer con la ley de senos.

$$\frac{p}{\text{sen}P} = \frac{n}{\text{sen}N}$$

$$\text{Despejando a "n".} \quad n = \frac{p \cdot \text{sen}N}{\text{sen}P}$$

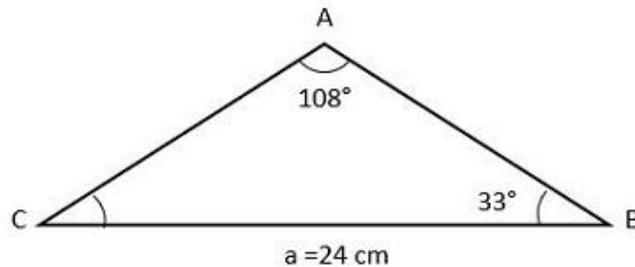
Sustituyendo nuestros valores en la fórmula:

$$n = \frac{(12\text{cm}) \cdot \text{sen}(63.42^\circ)}{\text{sen}(76^\circ)} = 11.09\text{cm} \quad \text{y con eso se da por resuelto el problema.}$$

3.- En el triángulo ABC, $a = 24$ cm, $\angle B = 33^\circ$, y $\angle A = 108^\circ$. Calcula la medida de los lados y ángulos restantes

Veamos, el triángulo formado con los datos propuestos:

Solución:



Con los datos obtenidos en el problema, es mucho más fácil hacer la relación de la fórmula a utilizar.

Como deseamos encontrar el lado b y c , podemos aplicar lo siguiente:

$$\frac{a}{\text{sen}A} = \frac{b}{\text{sen}B}$$

Posteriormente, despejar a "b", quedando así: $b = \frac{(a)(\text{sen}B)}{\text{sen}A}$

Sustituyendo

$$b = \frac{(a)(\text{sen}B)}{\text{sen}A} = \frac{(24\text{cm})(\text{sen}33^\circ)}{\text{sen}108^\circ} \approx 13.74$$

Podemos ahora calcular el ángulo C, haciendo lo siguiente:

$$180^\circ = 108^\circ + 33^\circ + \angle C$$

Qué obtendríamos:

$$\angle C = 180^\circ - 108^\circ - 33^\circ = 39^\circ$$

$$\angle C = 39^\circ$$

Ahora procedemos a calcular el lado "C"

Aplicando la siguiente fórmula:

$$\frac{c}{\text{sen}C} = \frac{b}{\text{sen}B}$$

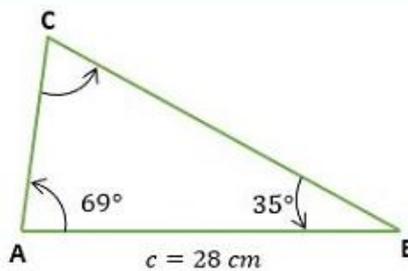
Obtenemos que:

$$c = \frac{(b)(\text{sen}C)}{\text{sen}B} = \frac{(13.74\text{cm})(\text{sen}39^\circ)}{\text{sen}33^\circ} \approx 15.87$$

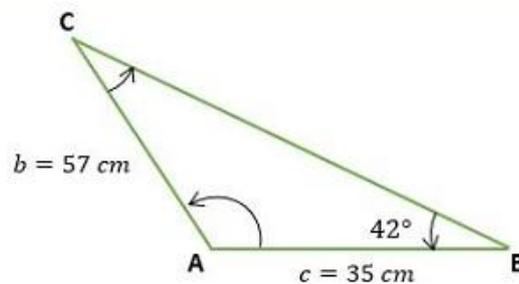
◆ Ejercicios de Ley de Senos Para Practicar

Una vez que se ha entendido el tema por completo, es importante resolver más ejercicios para profundizar más el tema. Se recomienda resolver los siguientes ejemplos en su cuaderno

Problema Calcula los elementos de un triángulo oblicuángulo si se sabe que: $c = 28$ cm, $\angle A = 69^\circ$ y $\angle B = 35^\circ$



Problema Calcula los elementos de un triángulo oblicuángulo si se sabe que: $b = 57$ cm, $c = 35$ cm y $\angle B = 42^\circ$



Directora a cargo Prof. Brozina, Silvana