

ESCUELA: E.P.E.T. N.º 5

DOCENTES: María Rosa Castro y Adriana Molina

AÑO: 5^{to} año 1^{ra} **Ciclo Orientado:** Energías No Convencionales

5^{to} año 2^{da} **Ciclo Orientado:** Equipos e Instalaciones Electromecánica

TURNO: Mañana y Tarde

AREA CURRICULAR: Matemática- Análisis Matemático

TITULO DE LA PROPUESTA: **Función Cuadrática (Unidad N° 1)**

Introducción

Estimados alumnos, la presente guía pedagógica consiste en una serie de actividades para adentrarse en el estudio de las “Funciones Cuadráticas”. Las funciones cuadráticas son ampliamente usadas en la ciencia, los negocios, y la ingeniería. La parábola, es la representación gráfica de una función cuadrática, puede describir trayectorias de chorros de agua en una fuente y al tirar una pelota la trayectoria es parabólica, o pueden ser incorporadas en estructuras como reflectores parabólicos que forman la base de los platos satelitales y faros de los carros. Las funciones cuadráticas ayudan a predecir ganancias y pérdidas en los negocios, graficar el curso de objetos en movimiento, y asistir en la determinación de valores mínimos y máximos. Muchos de los objetos que usamos hoy en día, desde los autos hasta los relojes, no existirían si alguien, en alguna parte, no hubiera aplicado funciones cuadráticas para su diseño. Comúnmente usamos ecuaciones cuadráticas en situaciones donde dos cosas se multiplican juntas y ambas dependen de la misma variable. Por ejemplo, cuando trabajamos con un área. Si ambas dimensiones están escritas en términos de la misma variable, usamos una ecuación cuadrática. Porque la cantidad de un producto vendido normalmente depende del precio, a veces usamos una ecuación cuadrática para representar las ganancias como un producto del precio y de la cantidad vendida. Las ecuaciones cuadráticas también son usadas donde se trata con la gravedad, como por ejemplo la trayectoria de una pelota o la forma de los cables en un puente suspendido.

Se les brinda en el presente documento una breve introducción teórica y unos links a videos disponibles en YouTube para reforzar el aprendizaje del tema.

No se olviden que pueden recurrir a la aplicación móvil GeoGebra como ayuda y como medio para la autocorrección de las gráficas a realizar.

Cada docente verá la forma de evaluar y se los comunicará oportunamente. Por el momento se les solicita que copien y realicen todas las actividades en su cuaderno y consulten vía correo electrónico a su docente cualquier duda.

Actividades

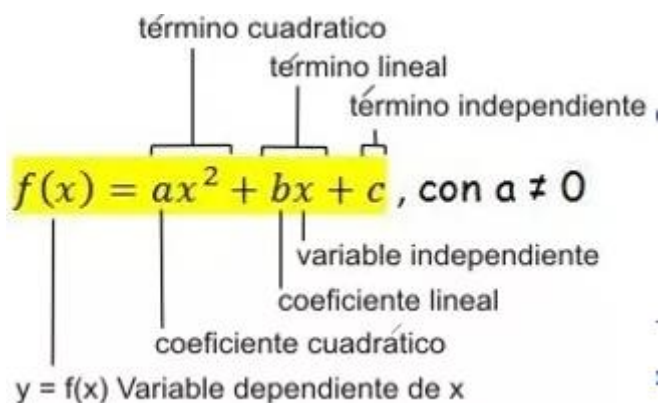
1) Lea y analice:

Función cuadrática.

Definición: se denomina función cuadrática a la función polinómica de segundo grado

$f(x) = ax^2 + bx + c$, siendo a, b y c números reales y $a \neq 0$.

Los términos de la función cuadrática reciben los siguientes nombres:



Por ejemplo:

$$y = -3x^2 + 4x - 1 \quad a = -3, b = 4 \quad y \quad c = -1$$

$$y = 2x^2 - 8x - 10 \quad a = 2, b = -8 \quad y \quad c = -10$$

La representación gráfica de una función cuadrática es una parábola.

Por ejemplo, la representación gráfica de la función

$$f(x) = 2x^2 - 8x - 10 \text{ es } \longrightarrow$$

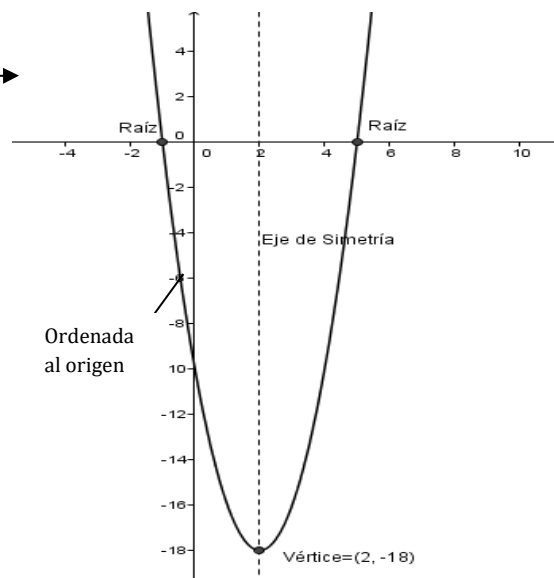
- $Dom(f) = \mathbb{R}$
- $Im(f) = [-18, +\infty)$
- Eje de simetría: es la recta $x = 2$
- Vértice: es el punto en el que la curva pasa de ser creciente a decreciente o viceversa.

$$V = (2, -18)$$

- Intervalo de crecimiento: $[2, +\infty)$
- Intervalo de decrecimiento: $(-\infty, 2]$
- Ceros o raíces: cuando existen, son las abscisas de los puntos en contacto y el eje x : $x_1 = -1, x_2 = 5$.

$$C^0 = \{-1, 5\}$$

- Conjuntos de positividad: $C^+ = (-\infty, -1) \cup (5, \infty)$
- Conjuntos de negatividad: $C^- = (-1, 5)$



Gráfica de la parábola

Para realizar el gráfico de la parábola,

$f(x) = ax^2 + bx + c$, se deben calcular los elementos de la misma y luego representarla.

Los elementos que debemos calcular son: *Raíces de la parábola*, *vértice de la parábola*, *eje de simetría*, *ordenada al origen*.

- **Raíces de la parábola.**

Son los puntos de intersección de la gráfica y el eje x, es decir,

Se obtienen a través de la siguiente fórmula:

$$x_1; x_2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

- **Vértice de la parábola.**

Se obtiene de la siguiente manera:

$$x_v = \frac{-b}{2.a} \quad , \quad y_v = f(x_v)$$

Las coordenadas del vértice son $V = (x_v, y_v)$

- **Eje de simetría.**

Es la recta que tiene por ecuación $x = x_v$

- **Ordenada al origen.**

Es el punto de intersección de la gráfica con el eje y, vale decir que $f(0) = c$

Por ejemplo: Graficar la siguiente función:

$$f(x) = x^2 + 2x - 3 \longrightarrow a = 1, b = 2 \text{ y } c = -3$$

- **Raíces:**

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4.1.(-3)}}{2.1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4+12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$x_1 = \frac{-2+4}{2} = \frac{2}{2} = 1, \quad x_2 = \frac{-2-4}{2} = \frac{-6}{2} = -3$$

- **Vértice:**

$$x_v = \frac{-2}{2.1} = \frac{-2}{2} = -1 \quad , \quad y_v = f(-1) = (-1)^2 + 2.(-1) - 3 = -4 \quad V = (-1, -4)$$

- **Eje de simetría:**

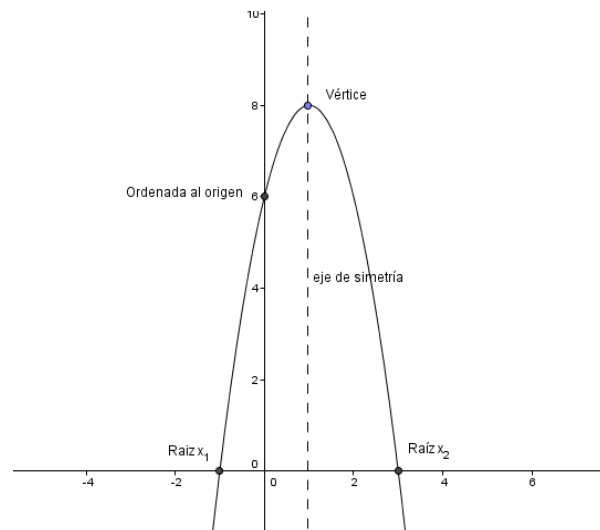
$$x = 1$$

- **Ordenada al origen:**

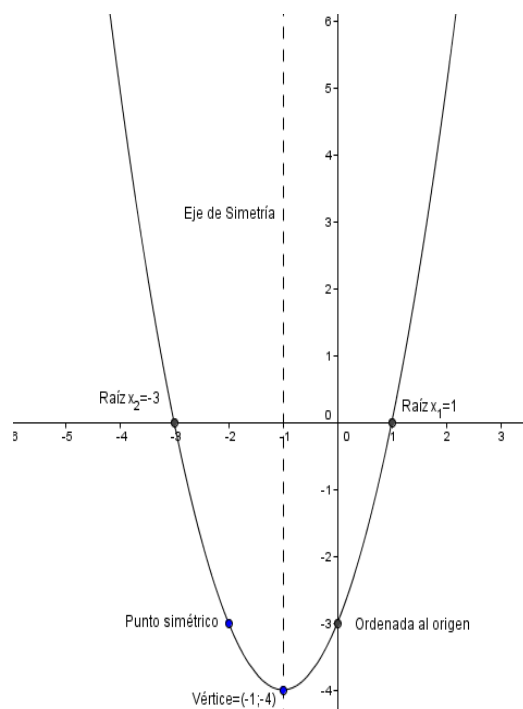
$$O = (0, -3)$$

- **Punto simétrico**

$$\text{Punto simétrico} = (-2; -3)$$



- **Marcamos los puntos obtenidos y trazamos la curva.**



2) Graficar las siguientes funciones cuadráticas

- a. $y = x^2 - 4x - 5$
- b. $y = x^2 - x - 2$
- c. $y = 3x^2 - 12x + 12$
- d. $y = x^2 + 2x - 8$
- e. $y = -x^2 + 8x - 7$

Nota: puedes ver los siguientes videos por si te quedo alguna duda de como graficar una función cuadrática.

Funciones CUADRÁTICAS 📄 **Vértice, Puntos de Corte con los ejes y Representación**

<https://www.youtube.com/watch?v=J3gQWvxqFI4>

Función Cuadrática - Ejercicios Resueltos - Nivel 1

<https://www.youtube.com/watch?v=Ql8L09-HsI0>

3) Analice las funciones cuadráticas del punto anterior:

Determine para cada una de ellas:

- Dominio e Imagen
- Conjuntos de positividad y negatividad
- Intervalos de crecimiento y de decrecimiento

4) Lee y resuelve los ejercicios propuestos

Ecuación canónica de la función cuadrática

Si conocemos las *coordenadas del vértice* de una función cuadrática, su fórmula puede expresarse en forma canónica así:

Si $V = (x_v, y_v)$ es el vértice de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, su forma canónica es:

$$f(x) = a \cdot (x - x_v)^2 + y_v$$

a. Identifique las coordenadas del vértice de cada parábola y escribe la forma canónica.

a) $y = x^2 + 6x - 12$

b) $y = x^2 - 12x - 20$

Ecuación factorizada de la función cuadrática

Si conocemos las *raíces* de una función cuadrática, su fórmula puede expresarse en forma factorizada así:

Si x_1 y x_2 son raíces de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$, su forma factorizada es:

$$f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

b. Expresa en forma canónica y factorizada las funciones de la actividad 2.



En síntesis:

La función cuadrática puede ser expresada de distintas maneras:

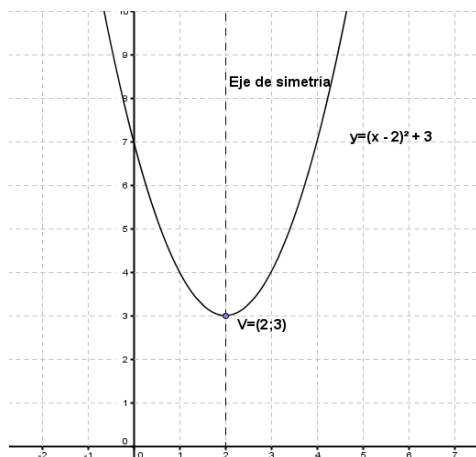
Se desarrolla el cuadrado de un binomio

Canónica

$$f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$$

El **vértice** y el **eje de simetría** se reconocen con facilidad

$$y = (x - 2)^2 + 3 = x^2 - 4x + 7$$



Polinómica

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

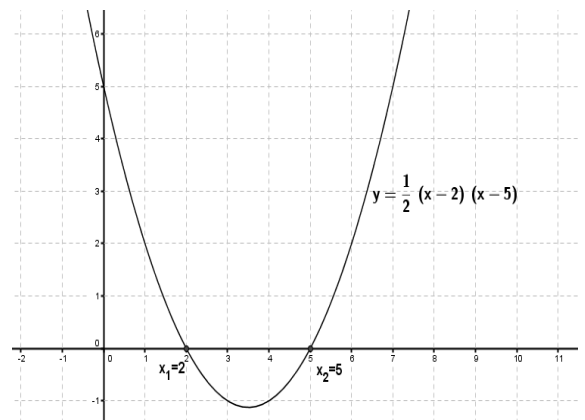
Se aplica la propiedad distributiva

Factorizada

$$f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

Las **raíces** se identifican en forma inmediata.

$$f(x) = \frac{1}{2} \cdot (x - 2) \cdot (x - 4) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 5$$



E.P.E.T. N° 5
AÑO: 5º AREA CURRICULAR: Análisis Matemático

c. Escribe las siguientes funciones en la forma más conveniente de acuerdo con los datos dados

- a) El vértice es $V = (-3, -2)$ y el coeficiente principal es -2.
- b) Las raíces son $x_1 = -4$, $x_2 = 2$ y el coeficiente principal es -1.
- c) El vértice es $V = (2, -2)$ y el coeficiente principal es 4

Direcciones de correo electrónico para contactarse con cada docente.

Sugerencia para el alumno: Cuando necesites enviar un mensaje a tu docente, para mandarle alguna tarea o hacer alguna consulta, por favor identifica en el asunto tu nombre y apellido, curso y escuela.

En el caso de mandar algún archivo, indica en el nombre del mismo: tema, nombre y apellido, curso, división y escuela.

Por ejemplo: Función Cuadrática_ Nombre y Apellido_5to 1ra_EPET 5

Docentes:

- ✓ Castro, María Rosa. **Curso:** 5º 1º

Dirección de correo: quintomatematica.castro@gmail.com

- ✓ Molina, Adriana. **Curso:** 5º 2º

Dirección de correo: molinaadrianamabel@gmail.com

DIRECTIVO A CARGO DE LA INSTITUCIÓN: Prof. Pedro González