



Espacio Curricular: Matemática.

Profesor: Martín Guzmán. **Mail:** tinchomart86@hotmail.com **Cue:** 700057900

Curso: 4º año 2º y 4º div. **Ciclo:** Orientado **Turno:** Tarde **Guía:** N°10

Tema: Polinomios **Fecha:** 21 Octubre de 2020

Objetivo: Reconocer expresiones algebraicas que son polinomios.

Resolver productos y cocientes de polinomios.

Actividades de la Guía N 10

¿Qué es un Polinomio?

Un polinomio es una expresión algebraica de sumas, restas y multiplicaciones ordenadas hecha de variables, constantes y exponentes.

Un ejemplo concreto sería.

Observa el rombo de la derecha.

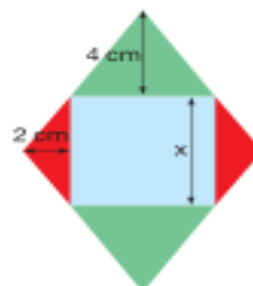
Podemos descomponerlo en un cuadrado y cuatro triángulos, iguales dos a dos.

El área del cuadrado es x^2 , la de cada triángulo verde $\frac{x \cdot 4}{2} = 2x$, y la de cada triángulo rojo $\frac{x \cdot 2}{2} = x$.

Por lo tanto, el área del rombo será:

$$x^2 + 2 \cdot 2x + 2 \cdot x = x^2 + 6x$$

La expresión algebraica que hemos obtenido, $x^2 + 6x$, es una suma de monomios de igual variable. Esta expresión recibe el nombre de *polinomio* en una variable.



➔ Un **polinomio** en una variable x es una expresión algebraica que puede reducirse a la forma $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, en la que $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ son números reales y n es un número natural.

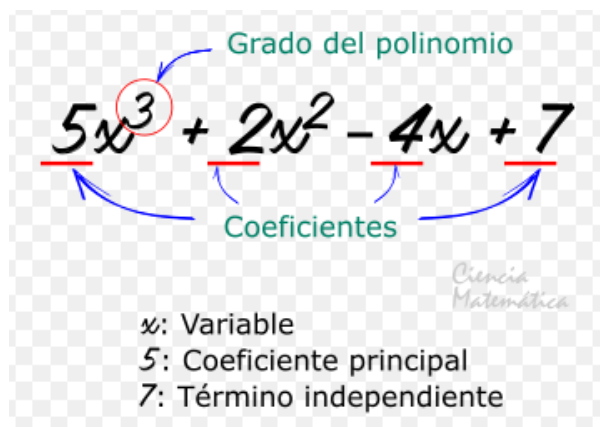
En general, un polinomio se designa por una letra mayúscula y, entre paréntesis, la variable correspondiente. Por ejemplo: $P(x)$, que se lee p de x ; $Q(y)$, que se lee q de y ...

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x^1 + a_0 x^0$$

Cada uno de los sumandos o monomios que forman un polinomio son **términos** de dicho polinomio.

El término de grado cero, a_0 , se denomina **término independiente**.

Elementos de un polinomio



El Grado de un polinomio está indicado por el exponente del monomio de mayor grado del polinomio. **Ejemplos.**

Según el número de términos los polinomios se clasifican en:

Monomio. Son polinomios formados por un solo término.	$45x^3$ $18b^9$
Binomio. Son polinomios formados por dos términos. Ejemplo: _____ →	$P(x) = 4x^3 + 7x^2 - 5x \rightarrow \text{Grado de } P(x) = 3$ $Q(x) = -7x + 5 \rightarrow \text{Grado de } Q(x) = 1$ $R(x) = x^3 + 7x^4 - 5x \rightarrow \text{Grado de } R(x) = 4$
Trinomio Son los polinomios que se componen por tres términos. EJE. _____ →	$P(x) = x^5 - x^4 - 15x^2;$ $Q(y) = y^9 - 52y^3 + \frac{4}{3};$ $R(x) = x^2 - 2x + 1$

A partir de **cuatro términos** en adelante se los denomina **polinomios**.

Actividad

1- Completa el siguiente cuadro

Expresión	Coeficiente Principal	Término Independiente	Grado	Clasificación
$r(x) = 2x + 14$				
$p(x) = -5x^4 + 6x^3 - 2x^2$				
$q(x) = 2x^5 - 3x^4 + x^3 - x^2 - 7$				

Polinomios Ordenados y Reducidos.

Dado un polinomio, podemos ordenar sus monomios según su grado y, si existen monomios semejantes, deben reducirse.

Recordemos que dos o más monomios son semejantes si tienen la misma parte literal y el mismo grado.

Observa cómo ordenamos y simplificamos el siguiente polinomio agrupando los monomios semejantes.

$$\begin{aligned}P(x) &= 2x^2 - x^3 + 4x - 5x^3 + 3x^2 - 12 \\P(x) &= -x^3 - 5x^3 + 2x^2 + 3x^2 + 4x - 12 \\P(x) &= -6x^3 + 5x^2 + 4x - 12\end{aligned}$$

El polinomio que hemos obtenido $P(x) = -6x^3 + 5x^2 + 4x - 12$ es un polinomio en forma reducida y ordenado en orden decreciente. De esta manera, el grado del polinomio coincide con el grado del primer monomio.

Polinomios Completos e Incompletos.

Consideremos los siguientes polinomios de grado 3:

Observa que el polinomio $P(x)$ tiene términos de cada uno de los grados menores que 3, mientras que al polinomio $Q(x)$ le falta el término de segundo grado. Diremos que el polinomio $P(x)$ es completo y que el polinomio $Q(x)$ es incompleto

$$P(x) = 4x^3 + 2x^2 - 3x - 7 \quad \text{y} \quad Q(x) = -2x^3 + 2x + 4$$

2- a) Reduce y ordena los siguientes polinomios.

$$\begin{aligned}\text{a) } P(x) &= 5x^3 - 4x^2 + 5x^2 + 2x^3 - 4x^2 + 2 \\ \text{b) } Q(x) &= 3x^2 + 4x - 5 + \frac{7}{2}x^2 - 6x - 6x^2 + 10 \\ \text{c) } R(x) &= 7x - 5x^4 + 4x^2 + 5x - 2 + \frac{4}{7}x + 3x^2 \\ \text{d) } S(x) &= 4x + \frac{1}{2} - \frac{4}{3}x + 4x^3 - 2x + 7\end{aligned}$$

b) Indica si los polinomios anteriores son completos o incompletos.

Operaciones con Polinomios. Suma y Resta de Polinomios.

Adición de polinomios	
Procedimiento	Ejemplo
Para sumar dos polinomios, sumamos los monomios semejantes de cada uno de ellos: — Escribimos los dos polinomios, uno debajo del otro, de modo que los monomios semejantes estén en la misma columna. — Sumamos los monomios semejantes. El resultado es un polinomio de grado menor o igual que el mayor de los grados de los polinomios sumandos.	Suma los polinomios $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 3x + 5$ y $Q(x) = -3x^3 + 6x + 14$. $\begin{array}{r} 2x^3 - 7x^2 + 3x + 5 \\ -3x^3 + 6x + 14 \\ \hline -x^3 - 7x^2 + 9x + 19 \end{array}$ $P(x) + Q(x) = -x^3 - 7x^2 + 9x + 19$
Sustracción de polinomios	
Procedimiento	Ejemplo
Para restar dos polinomios, restamos los monomios semejantes de cada uno de ellos: — Escribimos los dos polinomios uno debajo del otro de modo que los monomios semejantes estén en la misma columna. — Cambiamos el signo de todos los monomios del sustraendo y a continuación sumamos los semejantes. El resultado es un polinomio de grado menor o igual que el mayor de los grados de los polinomios iniciales.	Resta los polinomios $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 3x + 5$ y $Q(x) = -3x^3 + 6x + 14$. $\begin{array}{r} 2x^3 - 7x^2 + 3x + 5 \\ 3x^3 - 6x - 14 \\ \hline 5x^3 - 7x^2 - 3x - 9 \end{array}$ $P(x) - Q(x) = 5x^3 - 7x^2 - 3x - 9$

Dados los polinomios $P(x) = -7x^4 + 6x^2 + 6x + 5$, $Q(x) = -2x^2 + 2 + 3x^5$ y $R(x) = x^3 - x^5 + 3x^2$, calcula:

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| a) $P(x) + Q(x)$ | d) $P(x) - Q(x) - R(x)$ |
| b) $P(x) - Q(x)$ | e) $R(x) + P(x) - Q(x)$ |
| c) $P(x) + Q(x) + R(x)$ | f) $P(x) - R(x) + Q(x)$ |

Multiplicación de Polinomios

Recordatorio: al multiplicar dos potencias con la misma base, los exponentes se suman. Por ejemplo, $x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5$

Multiplicación de un polinomio por un monomio	
Procedimiento	Ejemplo
Para multiplicar un polinomio por un monomio, multiplicamos el monomio por cada uno de los monomios del polinomio: — Escribimos el monomio debajo del polinomio. — Multiplicamos el monomio por cada uno de los monomios del polinomio. El resultado es un polinomio de grado igual a la suma de los grados del polinomio y el monomio.	Multiplica el polinomio $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 3x + 5$ y el monomio $M(x) = 3x^2$. $\begin{array}{r} 2x^3 - 7x^2 + 3x + 5 \\ \quad \quad \quad 3x^2 \\ \hline 6x^5 - 21x^4 + 9x^3 + 15x^2 \end{array}$ $P(x) \cdot M(x) = 6x^5 - 21x^4 + 9x^3 + 15x^2$
Multiplicación de polinomios	
Procedimiento	Ejemplo
Para multiplicar dos polinomios, multiplicamos el primer polinomio por cada uno de los monomios del segundo y después sumamos los polinomios resultantes: — Escribimos los dos polinomios uno debajo del otro. — Debajo, y en filas diferentes, escribimos los polinomios resultantes de multiplicar el primer polinomio por cada uno de los monomios de que consta el segundo polinomio. — Sumamos los polinomios obtenidos. El resultado es un polinomio de grado igual a la suma de los grados de los polinomios iniciales.	Multiplica los polinomios $P(x) = 2x^3 - 7x^2 + 3x + 5$ y $Q(x) = -3x^2 + 6x + 14$. $\begin{array}{r} 2x^3 - 7x^2 + 3x + 5 \\ -3x^2 \quad \quad \quad + 6x + 14 \\ \hline 28x^3 - 98x^2 + 42x + 70 \\ 12x^4 - 42x^3 + 18x^2 + 30x \\ \hline -6x^6 + 21x^5 - 9x^4 - 15x^3 \\ -6x^6 + 21x^5 + 3x^4 - 29x^3 - 80x^2 + 72x + 70 \\ \hline \end{array}$ $P(x) \cdot Q(x) = -6x^6 + 21x^5 + 3x^4 - 29x^3 - 80x^2 + 72x + 70$

Otra forma de resolver el producto de polinomios. $(2x + 3) \cdot 4x$

Aplicamos propiedad distributiva

$$\begin{aligned} (2x + 3) \cdot 4x &= \\ &= 2x \cdot 4x + 3 \cdot 4x \end{aligned}$$

$$2x \cdot 4x + 3 \cdot 4x =$$

$$\text{Se multiplica cada } 4x \text{ por cada monomio del polinomio } 2x + 3 \quad = 8x^2 + 3 \cdot 4x$$

Al multiplicar $2x \cdot 4x$, se multiplican los coeficientes $2 \cdot 4 = 8$ y

$$8x^2 + 3 \cdot 4x =$$

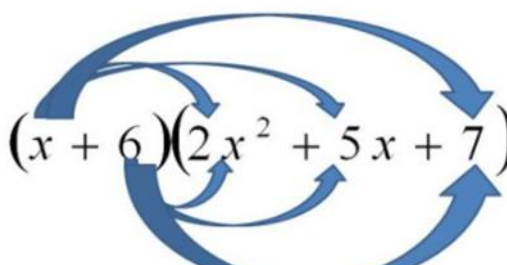
la parte literal $x \cdot x = x^2$.

$$= 8x^2 + 12x$$

Por tanto, el producto calculado es

$$(2x + 3) \cdot 4x = 8x^2 + 12x$$

Otro ejemplo


$$(x + 6)(2x^2 + 5x + 7)$$
$$2x^3 + 5x^2 + 7x + 12x^2 + 30x + 42$$
$$2x^3 + 17x^2 + 37x + 42$$

Actividades.

1-Dado los siguientes polinomios $P(x) = 3x^4 - 2x^2 + 7x - 9$, $Q(x) = 3x^2$,

$S(x) = -5x^3 - 4x^2 - 6x - 1$, $T(x) = -5x$

Debemos recordar:
$x^a \cdot x^b = x^{a+b}$
$2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5$

2-Dados los polinomios $M(x) = 3x^3 - 4x + 1$, $R(x) = -2x^2 + 7x - 6$,

$S(x) = 4x - 3$, $T(x) = -6x^5 - 7x^4 + 9x^3 - 7$, $K(x) = 2x^2 + 3x$

Calcula:

a) $M(x) \cdot S(x) =$

b) $T(x) \cdot$



NOS SEGUIMOS CUIDANDO!!!!!!!!!!!!!!