

- Escuela: EPET N°9 de ULLUM
- Docente: Romero, Guillermo Javier
- Año: 6º 1ª División, Ciclo Orientado
- Turno: Tarde
- Área curricular: Matemática
- Título de la propuesta: Expresiones Algebraicas Fraccionarias - Derivadas

* GUIA N°: 11

* GUIA: INTEGRADORA N° 2

CONTENIDOS: Operaciones con Expresiones algebraicas fraccionarias: Multiplicación y División – M.C.M. – Suma y Resta.

Derivadas: Derivadas por definición – Derivadas de funciones elementales – Reglas de derivación. – Derivadas Sucesivas - Derivadas de funciones compuestas – Aplicaciones de la derivada.

En esta guía vamos a hacer un repaso de las guías 6 a la 9, ya trabajadas, aplicando los conocimientos teóricos y prácticos vistos en las mismas, y siempre con el fin de poder afianzar los contenidos, para poder aplicarlos en diferentes situaciones prácticas que se presenten.

Operaciones con expresiones algebraicas fraccionarias (Ver teoría y práctica de las guías N° 6 y 7)

1) Ejemplo: Resolver la división entre las siguientes expresiones algebraicas fraccionarias:

$$\frac{x^3 + 3x^2 + 9x}{2x^3 - 8x^2 + 8x} : \frac{x^3 - 27}{4x^3 - 16x} = \frac{x^3 + 3x^2 + 9x}{2x^3 - 8x^2 + 8x} \cdot \frac{4x^3 - 16x}{x^3 - 27} = \frac{x \cdot (x^2 + 3x + 9)}{2x \cdot (x^2 - 4x + 4)} \cdot \frac{4x \cdot (x^2 - 4)}{(x-3) \cdot (x^2 + 3x + 9)} =$$

$$\frac{x \cdot (x^2 + 3x + 9)}{\cancel{2x} \cdot (x-2)^2} \cdot \frac{4\cancel{x} \cdot (x-2) \cdot (x+2)}{(x-3) \cdot (x^2 + 3x + 9)} = \frac{x}{(x-2)} \cdot \frac{2 \cdot (x+2)}{(x-3)} = \frac{2x^2 + 4x}{x^2 - 5x + 6}$$

2) Ejemplo: Resolver la resta entre las siguientes expresiones algebraicas fraccionarias:

$$\frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 9} = \frac{x^2}{x^2 - 3x} = \frac{(x+3) \cdot \cancel{(x-3)}}{(x-3)^2} = \frac{x^{\cancel{2}}}{x \cdot (x-3)} = \frac{(x+3)}{(x-3)} = \frac{x}{(x-3)} = \frac{\cancel{(x+3-x)}}{(x-3)} = \frac{3}{x-3}$$

3) Ejemplo: Calcular la derivada de la función $y = f(x) = x^3$ en el punto de abscisa $x_1 = 2$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(x + \Delta x)^3 - x^3}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x^3} + 3 \cdot x^2 \cdot \Delta x + 3 \cdot x \cdot (\Delta x)^2 + (\Delta x)^3 - x^3}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot x^2 \cdot \Delta x + 3 \cdot x \cdot (\Delta x)^2 + (\Delta x)^3}{\Delta x} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot x^2 \cdot \cancel{\Delta x}}{\cancel{\Delta x}} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot x \cdot (\Delta x)^2}{\cancel{\Delta x}} + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{(\Delta x)^3}{\cancel{\Delta x}} =$$

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} 3 \cdot x^2 + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} 3 \cdot x \cdot \Delta x + \lim_{\Delta x \rightarrow 0} (\Delta x)^2 = 3x^2 + 0 + 0 = 3x^2$$

$$f'(x) = 3x^2 \rightarrow f'(2) = 3 \cdot 2^2 = 12$$

4) Ejemplo: Calcular las siguientes derivadas usando las reglas de derivación y teniendo en cuenta la tabla de las derivadas elementales:

a) $f(x) = 8x^3 - 5x \rightarrow f'(x) = 24x^2 - 5$

b) $f(x) = x^2 \cdot \text{sen } x \rightarrow f'(x) = 2x \cdot \text{sen } x + x^2 \cdot \text{cos } x$

c) $f(x) = \frac{3x}{e^x} \rightarrow f'(x) = \frac{3 \cdot e^x - 3x \cdot e^x}{(e^x)^2} = \frac{3e^{\cancel{x}} \cdot (1-x)}{(e^x)^{\cancel{2}}} = \frac{3 \cdot (1-x)}{e^x}$

5) Ejemplo: Hallar las derivadas sucesivas de la siguiente función hasta el orden indicado:

$$f(x) = 2x^5 + 3x \rightarrow f'(x) = 10x^4 + 3 \rightarrow f''(x) = 40x^3 \rightarrow f'''(x) = 120x^2$$

6) Ejemplo: Calcular la derivada de la siguientes función compuesta:

$$f(x) = \sqrt{\text{sen}(4x^2)} \rightarrow f'(x) = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{\text{sen}(4x^2)}} \cdot \text{cos}(4x^2) \cdot 8x$$

7) Ejemplo: Hallar la ecuación de la recta tangente y la recta normal a la curva $f(x) = x^2 + 2$ en el punto de abscisa $x_1 = 1$; y graficar la curva y ambas rectas.

$f(x) = x^2 + 2$ en el punto de abscisa $x_1 = 1$; y graficar.

1º) $f'(x) = 2x \rightarrow m = f'(1) = 2 \cdot 1 = 2 \rightarrow m = 2$

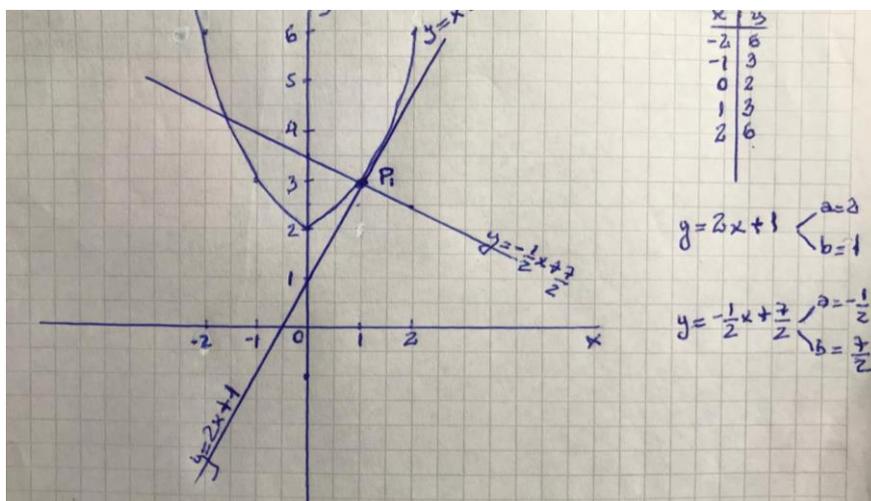
2º) $y_1 = f(1) = (1)^2 + 2 = 3 \rightarrow P_1 = (1; 3)$

3º) Ecuación de la recta tangente: $y - y_1 = f'(x_1) \cdot (x - x_1)$

$y - 3 = 2 \cdot (x - 1) \rightarrow y = 2x + 1$

4º) Ecuación de la recta normal: $y - y_1 = -\frac{1}{f'(x_1)} \cdot (x - x_1)$

$y - 3 = -\frac{1}{2} \cdot (x - 1) \rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}$



ACTIVIDADES: 1) Resolver la división entre las siguientes expresiones algebraicas

fraccionarias: $\frac{5x^2 - 15x}{x^3 + 8} : \frac{x^2 - 6x + 9}{2x^2 - 4x + 8} =$

2) Resolver las restas entre las siguientes expresiones algebraicas fraccionarias:

$\frac{4}{x-3} - \frac{2}{x} - \frac{6}{x^2 - 3x} =$

3) Calcular la derivada de la función $y = f(x) = 2x^3$ en el punto de abscisa $x_1 = 4$

4) Calcular las siguientes derivadas usando las reglas de derivación y teniendo en cuenta la tabla de las derivadas elementales:

a) $f(x) = 12x^2 - 4x + 8$

b) $f(x) = 3x^4 \cdot e^x$

c) $f(x) = \frac{2x^2}{\text{sen } x}$

5) Hallar las derivadas sucesivas de la siguiente función hasta el orden indicado:

$$f(x) = 4x^3 - 5x^2 + 3x - 1; f''(x)$$

6) Ejemplo: Calcular la derivada de la siguientes función compuesta:

$$f(x) = \cos^3 [\ln (4x^2)]$$

7) Ejemplo: Hallar la ecuación de la recta tangente y la recta normal a la curva $f(x) = 2x^2 - 1$ en el punto de abscisa $x_1 = 2$; y graficar la curva y ambas rectas.

EVALUACIÓN: Se tendrán en cuenta los siguientes criterios:

- Asimilación y comprensión.
- Interpretación correcta de consignas.
- Uso correcto de conceptos y procedimientos matemáticos analíticos y gráficos.
- Precisión en los cálculos y resultados.
- Cumplimiento en la presentación del trabajo asignado, vía mail o whats app
- Puntualidad en la entrega.
- Claridad y prolijidad en la presentación de guías.

FECHA DE PRESENTACION: 01 – 12 - 2020

BIBLIOGRAFÍA: -Matemática 1 – Editorial puerto de Palos -
-Apuntes U.N.S.J.

“Queridos alumnos, aquí les mando la guía 11 para que sigan ejercitándose y aprendiendo, siempre a continuación de las tareas ya realizadas en guías y clases anteriores. En caso de tener inconvenientes para realizarlas, no duden en comunicarse conmigo vía whats app o a través del mail y se los solucionare. Animo y espero verlos pronto. Les mando un gran abrazo”.

CONTACTO: 264-5429-832 – javier_g_romero@hotmail.com

Director: Prof. Roberto Solera

