

ESCUELA TECNICA OBRERO ARGENTINO.

Docentes Responsables: Drahg Luciana - Segura Natalia.

Cursos: 4° 1°, 4° 2° Y 4° 3°.

Turno: Mañana y tarde.

Area Curricular: Matemática.

Guía Pedagógica N° 10: Potencias de la Unidad Imaginaria. Multiplicación y División de Números Complejos.

Estimados Alumnos: Todas las guías deben estar en tu cuaderno, puedes imprimirlas y pegarlas o copiarlas, resuelve todas las actividades propuestas que puedas, en la página 6 de esta guía encontrarás un cuadro en el cual escribirás el resultado de cada ejercicio, sacarás una foto legible de la misma y la enviarás por correo a tu profe para que ella vea como es tu progreso.

Los correos de consulta son:

Profe Luciana: matematicdrahg@hotmail.com

Profe Natalia: matematicamovil@gmail.com



ESCUELA TECNICA OBRERO ARGENTINO. CUARTO AÑO. MATEMATICA

Potencias de la Unidad Imaginaria.

Recordemos que la unidad imaginaria se define como el número complejo i tal que $i^2 = -1$ Por lo tanto, tenemos los siguientes resultados:

$$i^0 = 1$$

$$i^4 = i^3 \cdot i = -i \cdot i = -i^2 = -(-1) = 1$$

$$i^8 = i^7 \cdot i = -i \cdot i = -i^2 = -(-1) = 1$$

$$i^1 = i$$

$$i^5 = i^4 \cdot i = 1 \cdot i = i$$

$$i^9 = i^8 \cdot i = 1 \cdot i = i$$

$$i^2 = -1$$

$$i^6 = i^5 \cdot i = i \cdot i = i^2 = -1$$

$$i^{10} = i^9 \cdot i = i \cdot i = i^2 = -1$$

$$i^3 = i^2 \cdot i = -1 \cdot i = -i$$

$$i^7 = i^6 \cdot i = -1 \cdot i = -i$$

$$i^{11} = i^{10} \cdot i = -1 \cdot i = -i$$

Y así sucesivamente, se observa que:

$$i^0 = i^4 = i^8 = 1$$

$$i^1 = i^5 = i^9 = i$$

$$i^2 = i^6 = i^{10} = -1$$

$$i^3 = i^7 = i^{11} = -i$$

Los resultados de las potencias de i son 1, i , -1 y $-i$; y se repiten periódicamente.

Pero como hacemos para resolver potencias altas por ejemplo i^{245} , para ello necesitaremos dividir dicha potencia en 4, el resto de dicha división será la nueva potencia de la unidad imaginaria.

Ejemplos:

$$i^{33} = i^1 = i$$

$$i^{83} = i^3 = -i$$

$$i^{122} = i^2 = -1$$

$$i^{40} = i^0 = 1$$

$$\begin{array}{r} 33 \overline{) 4} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 83 \overline{) 4} \\ 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 122 \overline{) 4} \\ 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40 \overline{) 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1 \overline{) 8} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 20} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 30} \\ \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \overline{) 10} \\ \end{array}$$

Multiplicación De Números Complejos.

Para multiplicar dos números complejos en forma binómica, se aplica la propiedad distributiva de la multiplicación respecto de la suma o resta.

$$\begin{aligned}(a + bi) \cdot (c + di) &= ac + adi + cbi + bdi^2 \\ &= ac + adi + cbi - bd = ac - bd + (ad + cb)i\end{aligned}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}(3 + 2i) \cdot (4 - 7i) &= 3 \cdot 4 + 3 \cdot (-7i) + 2i \cdot 4 + 2i \cdot (-7i) \\ &= 12 - 21i + 8i - 14i^2 \\ &= 12 - 13i - 14 \cdot (-1) = 26 - 13i\end{aligned}$$

División De números Complejos.

Para resolver divisiones de números complejos en forma binómica, se multiplica el numerador y el denominador por el conjugado del denominador, tendremos que aplicar la propiedad distributiva en el numerador y el producto de binomios conjugados en el denominador.

El binomio conjugado de uno dado, es otro binomio que se diferencia únicamente por el signo de uno de los términos, es decir,

Si el binomio es $(a + bi)$ su binomio conjugado es $(a - bi)$ y viceversa

El producto de binomios conjugados es una diferencia de cuadrados, es decir,

$$\begin{aligned}(a + bi) \cdot (a - bi) &= a^2 - a \cdot bi + a \cdot bi - (bi)^2 \\ &= a^2 - (bi)^2\end{aligned}$$

Finalmente

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{a + ci}{c + di} = \frac{(a + bi)}{(c + di)} \cdot \frac{(c - di)}{(c - di)} = \frac{ac + adi + cbi - bdi^2}{c^2 - d^2i^2}$$

Ejemplo:

$$\begin{aligned}\frac{3+i}{1-2i} &= \frac{(3+i)}{(1-2i)} \cdot \frac{(1+2i)}{(1+2i)} = \frac{3+6i+i+2i^2}{1^2-2^2i^2} \\ &= \frac{3+7i+2 \cdot (-1)}{1^2-2^2 \cdot (-1)} \\ &= \frac{3+7i-2}{1^2-4 \cdot (-1)} = \frac{1+7i}{5}\end{aligned}$$

Actividades.

1) Calcular cada potencia de la unidad imaginaria.

a) $i^{559} =$

b) $i^{28} =$

c) $i^{118} =$

d) $i^{53} =$

2) Resolver las siguientes multiplicaciones.

a) $(5 + 6i) \cdot (2 + 3i) =$

b) $(-4 + 2i) \cdot (-6 + i) =$

3) Completar con el conjugado y luego multiplicar.

a) $(4 + 9i) \cdot \boxed{} =$

b) $(3 - 3i) \cdot \boxed{} =$

4) Resolver las siguientes divisiones.

a) $\frac{2+5i}{1-2i} =$

b) $\frac{-1+3i}{1-4i} =$

c) $\frac{4-6i}{3+2i} =$

d) $\frac{8+i}{3+3i} =$

ESCUELA TECNICA OBRERO ARGENTINO. CUARTO AÑO. MATEMATICA

Apellido y Nombre:..... Escuela:.....

Guía N°.....

Curso:

Actividad 1	Resultados	Corrección
a)		
b)		
c)		
d)		
Actividad 2	Resultados	Corrección
a)		
b)		
Actividad 3	Resultados	Corrección
a)		
b)		
Actividad 4	Resultados	Corrección
a)		
b)		
c)		
d)		

DIRECTOR: TECNICO JORGE GROSSO.