Establecimiento: C.E.N.S. N°174
Docente: PROF. PACHECO, MIGUEL
Año: SEGUNDO
Turno: NOCHE
Espacio curricular: MATEMÁTICA
Guía N°10
Tema: FUNCIÓN CUADRÁTICA

Contenidos: Función Cuadrática, concepto, Resolución y Grafica.

Objetivo: Conocer los conceptos de función cuadratica para analizar situaciones de la vida cotidiana.

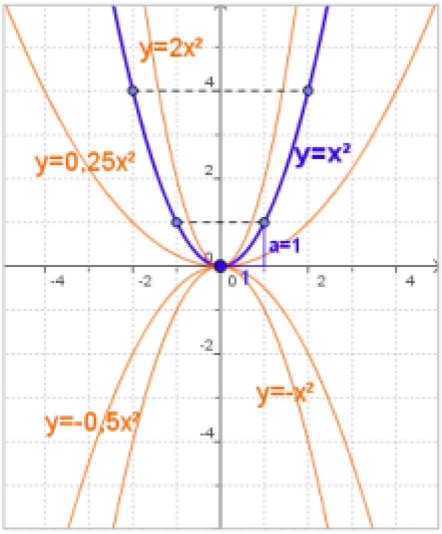
Capacidad: Reflexionar críticamente sobre los valores y mensajes que se transmiten expositivamente de situaciones reales y cotidianas para desarrollarse como persona social e independiente.

6. Funciones cuadráticas

La parábola y = ax2

Las funciones cuadráticas son las que su expresión es un polinomio de segundo grado. Comenzamos por la más sencilla, f(x)=ax2 o y=ax2. Observa en la figura cómo se construye su gráfica y cómo cambia según los valores y el signo de a.

- La gráfica de y=ax2 es una curva llamada parábola.
- El vértice es el origen de coordenadas y es simétrica respecto del eje OY.
- Si a>0 la curva se abre hacia arriba y si a<0 hacia abajo. La curva es tanto más cerrada cuanto más se aleja de 0 el valor de a.



Traslaciones de una parábola

Como puedes ver a la derecha si se traslada el vértice de la parábola y = ax2 de (0,0) a otro punto del plano, se obtiene la gráfica de una función cuadrática cualquiera y = ax2+bx+c.

• Si se traslada el vértice de la parábola verticalmente, c unidades (c>0 hacia arriba,

c<0 hacia abajo) obtenemos la parábola de expresión: y = ax2+ c

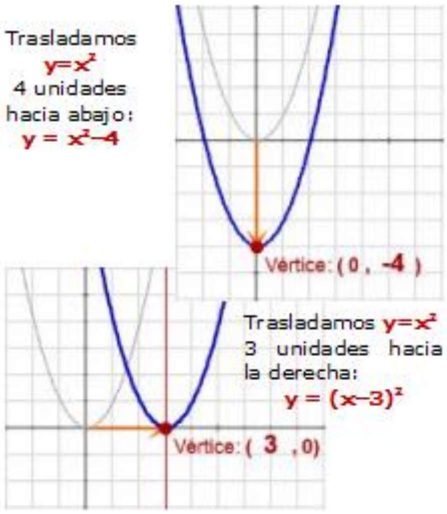
• Si se traslada el vértice de la parábola horizontalmente k unidades (k>0 hacia la derecha, k<0 hacia la izquierda) obtenemos la parábola de expresión: y = a(x – k)2

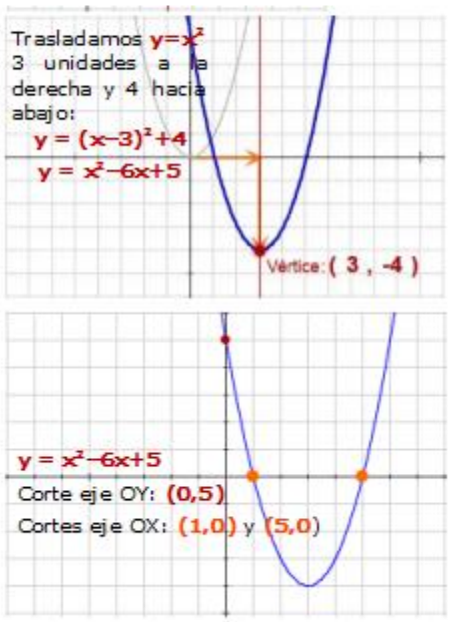
Combinando los dos movimientos, al trasladar el vértice de (0, 0) al punto (xv,yv) obtenemos: y = a(x – xv)2 + yv y operando y = ax2 + bx + c

Al igual que en otras representaciones gráficas es interesante hallar los puntos de corte con los ejes, La gráfica de y=ax2+bx+c es una parábola de la misma forma que la y=ax2, eje vertical y vértice (-b/2a, f(-b/2a)).

• El corte con el eje OY es c

• Los cortes con el eje OX son las soluciones (si existen) de la ecuación ax2+bx+c=0





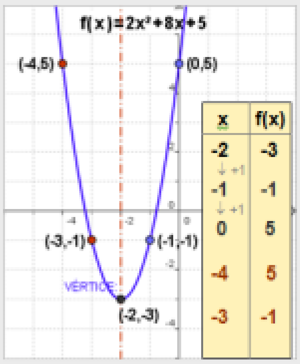
EJERCICIOS resueltos

Representa la función: $\mathbf{y = 2x^2+8x+5}$

Comenzamos por colocar su vértice:

$$x_v = -\frac{b}{2a} = -2, \qquad y_v = f(-2) = -3$$

Se dibuja el eje de simetría y a continuación hacemos una tabla de valores aumentando en una unidad el valor de x cada vez. Cuando tenemos algunos puntos dibujamos los simétricos.



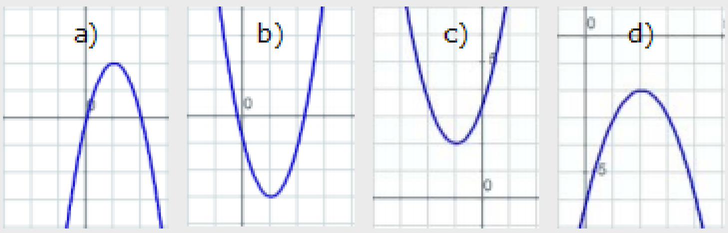
Representa las funciones:

a) $\mathbf{y = -2x^2+4x}$

b) $\mathbf{y = 2x^2-4x-1}$

c) $\mathbf{y = 1{,}5x^2+3x+3{,}5}$

d) $\mathbf{y = 2x^2-4x-1}$

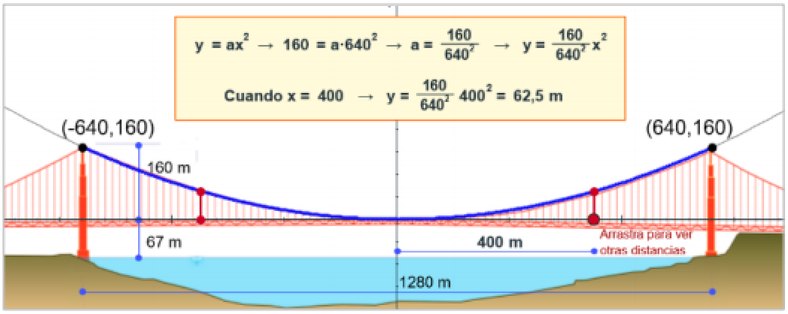


Aplicaciones

Estas funciones tienen numerosas aplicaciones en el mundo real. Veamos algunas:

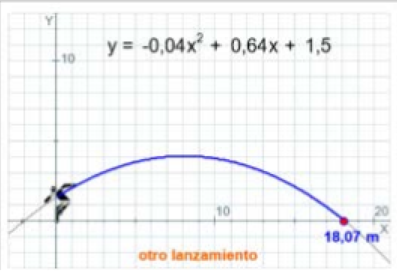
1) Puente colgante

El Golden Gate, el famoso puente colgante de San Francisco, está suspendido de dos enormes cables que adoptan forma de parábola y tocan la calzada en el centro del puente. Sus medidas se indican en la figura.
¿Cuál es la altura de los cables a 400 m del centro del puente?



2) Tiro parabólico

Un lanzador de peso tira la bola siguiendo una trayectoria de ecuación
y =-0,04x2+0,64x+15
donde x es la distancia recorrida por la bola en metros, e y la altura que alcanza también en m.
¿Qué distancia alcanza la bola?



Cuando la bola llega a tierra y=0, luego hemos de calcular los puntos de corte con el eje OX:

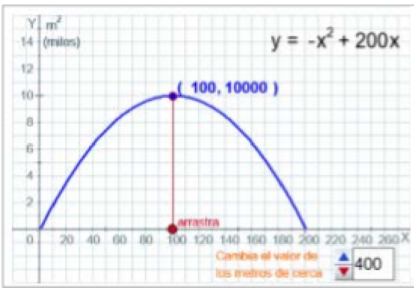
$$-0{,}04x^2 + 0{,}64x + 1{,}5 = 0$$

$$x = \frac{-0{,}64 \mp \sqrt{0{,}64^2 - 4 \cdot (-0{,}04) \cdot 1{,}5}}{2 \cdot (-0{,}04)} = \begin{cases} -2{,}07 \\ 18{,}07 \end{cases}$$

De las dos soluciones la que buscamos es la positiva, la distancia no puede ser negativa, luego alcanza **18,07 m.**

3) Área máxima

Un granjero tiene un campo muy grande en el que desea vallar una zona de forma rectangular.
Si dispone de 400 m de cerca, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo de mayor área que puede vallar?, ¿cuál es ese área?



Si llamamos x a la longitud respectiva de dos lados paralelos, la longitud de cada uno de los otros dos lados será 200-x, y el área **y = x·(200 – x)**
El área máxima se alcanza en el vértice de la parábola:
Abscisa: **x= 100 m**
Ordenada: **y = 10000 m²**
Por tanto se trata de un cuadrado de lado 100 m y área 10000 m².

Actividades

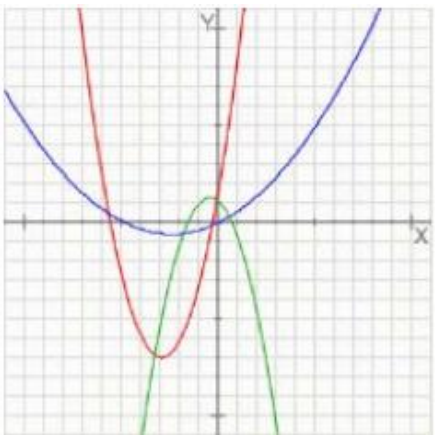
Calcula el vértice y los puntos de corte con los ejes de la parábola $y = -2x^2 - 2x + 4$. A partir de estos datos esboza su gráfica.

Asocia cada parábola con su correspondiente expresión algebraica:

a) $y = x^2 + 6x + 2$

b) $y = 0{,}1x^2 - 0{,}5x$

c) $y = -x^2 - x + 1$



Para cualquier consulta y enviar las guías para ver si están bien comunicarse a:

mipacheco@sanjuan.edu.ar

Bibliografía:

Matemática. Programa de Educación a Distancia. Nivel Medio Adultos. Cordoba

El libro de la Matemática 7, Canteros, L., Felissia, A., Fregona, D.; Ed. Estrada, Bs. As. 1997.

El libro de la matemática 8, Guelman, N., Itzcovich, H., Pavesi, L., Rudy, M. Ed. Estrada, Bs. As., 1998.

Directivo a cargo de la institución: Lic. Moreno Gabriela