

Escuela: Escuela Agrotécnica Ejército Argentino.

Docente: Gabriel A. Merenda

N° de WhatsApp: +5492644863943

Año, ciclo y nivel: 3° 3° ciclo básico.

Turno: mañana

Área curricular: Física

Título de la propuesta:

Profundización del estudio de los movimientos rectilíneos en el marco de las Leyes de Newton, cuantificando las fuerzas intervinientes, y el acercamiento cualitativo al estudio de movimientos en el plano (tiro parabólico y movimiento circular).

Actividades:

- **Leer lo siguiente:**
- Anteriormente habíamos visto las leyes de Newton y su aplicación en maquinas simples, pero aplicándolas en equilibrio, es decir los cuerpos en reposo (estática).
- Ahora veremos las mismas leyes pero cuando aparece movimiento y no en el caso de un movimiento rectilíneo uniforme (M.R.U), en el cual la velocidad es constante y no aparecen fuerzas. Lo haremos en un movimiento en el plano con aceleración constante (tiro parabólico y movimiento circular).
- En segundo año se vieron las ecuaciones que aplicaban a un movimiento rectilíneo, a continuación se detallan las mismas y agregamos las que corresponden al plano, es decir en "x" e "y".

Movimiento con aceleración constante:

$ax = cte.$	$ay = cte.$
$Vx = vx0 + ax.t$	$Vy = vy0 + ay.t$
$X = x0 + vx0.t + \frac{1}{2}. ax.t^2$	$Y = y0 + vy0.t + \frac{1}{2}. ay.t^2$

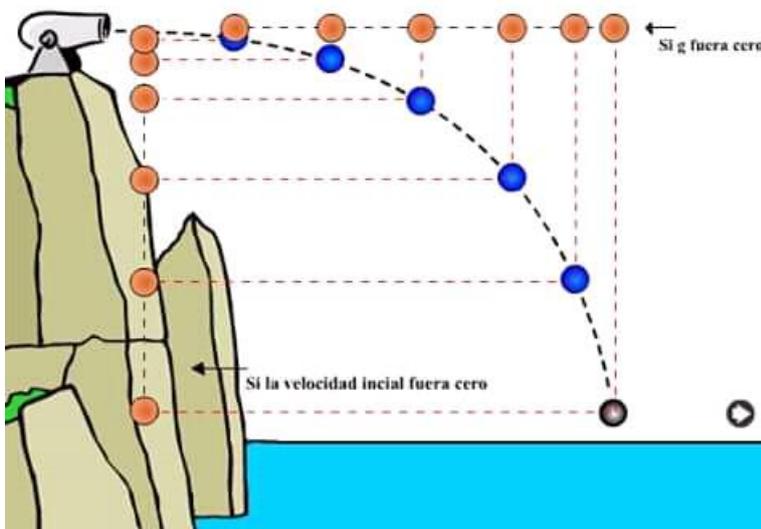
Dónde: ax: aceleración en x. ay: aceleración en y. vx: velocidad final en x. vx0: velocidad inicial en x. t: tiempo. Vy. Velocidad final en y. vy0: velocidad inicial en y. x: posición final en x. x0: posición inicial en x. y: posición final en y. y0: posición inicial en y.

Las ecuaciones anteriores corresponden a un movimiento de un cuerpo en el plano. Un caso particular es el “Movimiento de proyectiles”

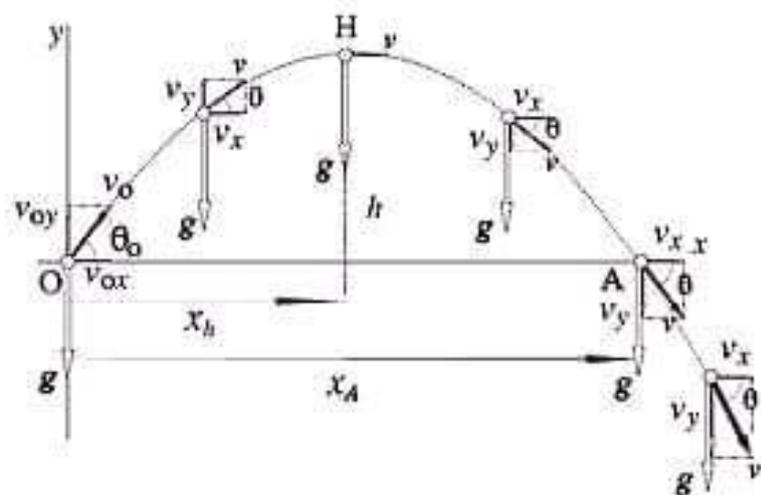
Se supone que no se tiene en cuenta el efecto que produce el aire. Este movimiento con $a = \text{cte.}$, g dirigida hacia abajo, y no hay a_x , es decir $a_x = 0$.

Veamos el siguiente esquema donde la bala de cañón tiene dos colores, en el caso de color naranja se plantea dos casos, si g (gravedad) es cero el tiro sería recto; y si la velocidad inicial fuera cero, caería recto hacia abajo. Como sabemos la realidad es otra, la bola azul representa la trayectoria que sigue la bala, “trayectoria parabólica”.

- Esto lo podrán comprobar arrojando cualquier cuerpo, sea con la mano con un arco (flecha), una bala, una piedra, etc.



El siguiente esquema representa la trayectoria y las distintas magnitudes que intervienen en cada punto de la misma.



Las ecuaciones que definen el tiro parabólico son las siguientes.

$$V_{x0} = v_0 \cdot \cos \Theta$$

$$V_{y0} = v_0 \cdot \sin \Theta$$

$$a_y = -g$$

$$V_y = v_0 \cdot \sin \Theta - g \cdot t$$

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

$$\tan \Theta = V_y/V_x$$

Si $x_0 = 0$; $a_x = 0$ y $V_{x0} = v_0 \cdot \cos \Theta$ por lo que: $x = (v_0 \cdot \cos \Theta) \cdot t$ (1)

Si $y_0 = 0$; $a_y = -g$ y $V_{y0} = v_0 \cdot \sin \Theta$ por lo que: $y = (v_0 \cdot \sin \Theta) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ (2)

Combinando (1) y (2) y eliminando a "t" obtenemos:

$$Y = (\tan \Theta) \cdot x - \frac{g}{2 \cdot (v_0 \cdot \cos \Theta)^2} \cdot x^2$$

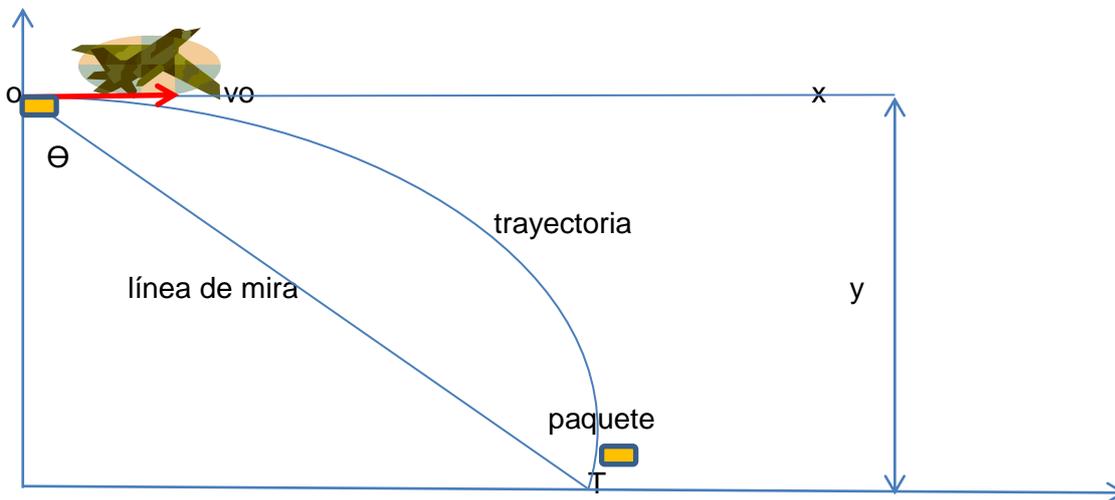
Esta es la ecuación de trayectoria de un proyectil. Como v_0 , Θ , g son constantes, la ecuación quedaría:

$$y = b \cdot x - c \cdot x^2$$

- Es la ecuación de una parábola, en consecuencia **la trayectoria** de un proyectil es llamada **parabólica**.

Ejemplo 1 :

Un avión vuela a una velocidad horizontal constante de 500 km/h a una altura de 5 km. Se dirige a su objetivo (T) ¿Cuál será el ángulo de mira que debe arrojar un paquete para que llegue a su destino.



En el momento de soltar el paquete en (0) $v_0 = v_{\text{avión}} = 500 \text{ km/h}$

$$V_{x0} = v_0 \cdot \cos \Theta \quad \Theta = 0 \quad V_{x0} = v_0 \quad \cos 0^\circ = 1$$

Con $\Theta = 0$ $y = 5 \text{ km}$ de $y = (v_0 \cdot \sin \Theta) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ si despejamos:

$$t = \sqrt{(-2 \cdot \frac{y}{g})} \quad t = \sqrt{(-2 \cdot \frac{5000m}{9,8m/s^2})} \quad t = 31,9 \text{ s}$$

$$x = v_o \cdot t = (500 \text{ km/h} \cdot 1000 \text{ m/1km} \cdot 1\text{h}/3600 \text{ s}) \cdot 31,9 \text{ s} = \underline{4430 \text{ m}}$$

El ángulo de mira será:

$$\Theta = \tan^{-1} x/y = \tan^{-1} 4330 \text{ m}/ 5000 \text{ m} = \underline{42^\circ}$$

Ejemplo 2.

Un jugador de fútbol patea la pelota con un ángulo de 37° de la horizontal, con una velocidad inicial de 15,24 m/s.

- a) Encontrar el instante "t" en que la pelota alcanza el punto más alto en su trayectoria.

En ese punto, la componente vertical V_y de la velocidad es cero.

Calculando "t" de la ecuación: $V_y = v_o \cdot \text{sen } \Theta - g \cdot t$

$$t = v_o \cdot \text{sen } \Theta / g - V_y/g$$

como $V_y = 0$; $v_o = 15,24 \text{ m/s}$; $\Theta = 37^\circ$ y $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

$$t = 15,24 \text{ m/s} \cdot \text{sen } 37^\circ / 9,8 \text{ m/s}^2 - 0$$

$$\underline{t = 0,9358 \text{ s}}$$

- b) ¿A qué altura llega la pelota? Su altura máxima será cuando $t = 0,9358 \text{ s}$

Usando la ecuación: $y = (v_o \cdot \text{sen } \Theta) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$

$$Y_{\text{max.}} = (15,24 \text{ m/s} \cdot \text{sen } 37^\circ) \cdot 0,9358 \text{ s} - \frac{1}{2} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot (0,9358 \text{ s})^2$$

$$Y_{\text{max.}} = 8,557 \text{ m} - 4,29 \text{ m}$$

$$\underline{Y_{\text{max.}} = 4,267 \text{ m}}$$

- c) ¿Cuál es el alcance de la pelota y cuánto tiempo está en el aire?

La distancia horizontal desde el punto de partida hasta el punto en el que la pelota vuelve a tener su elevación original (nivel del suelo) es el alcance "R". si hacemos $y = 0$ en la ecuación: $y = (v_o \cdot \text{sen } \Theta) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ encontraremos el tiempo t_2 requerido para recorrer ésta distancia, obteniendo:

$$t_2 = 2 \cdot v_o \cdot \text{sen } \Theta / g = 2 \cdot (15,24 \text{ m/s} \cdot 0,6) / 9,8 \text{ m/s}^2 = \underline{1,866 \text{ s}}$$

Nótese que $t_2 = 2 \cdot t_1$. esto concuerda con el hecho que se requiere el mismo tiempo para que la pelota suba y baje.

El alcance total "R" se obtiene de la ecuación: $x = (v_o \cdot \text{cos } \Theta) \cdot t_2$

$$R = (15,24 \text{ m/s} \cdot \text{cos } 37^\circ) \cdot 1,866 \text{ s} = 22,759 \text{ m}$$

$$\underline{R = 22,759 \text{ m}}$$

- d) ¿Cuál será la velocidad de la pelota al llegar al suelo?

De la ecuación : $V_x = v_o \cdot \cos \Theta = 15,24 \text{ m/s} \cdot 0,7986 = \underline{12,17 \text{ m/s}}$

De la ecuación: $V_y = v_o \cdot \sin \Theta - g \cdot t$ con $t = t_2 = \underline{1,87 \text{ s}}$

$V_y = 15,24 \text{ m/s} \cdot 0,6 - 9,8 \text{ m/s}^2 \cdot 1,87 \text{ s}$

$\underline{V_y = -9,18 \text{ m/s}}$ (el signo – indica que la velocidad en y es hacia abajo)

La velocidad V será:

$V = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(12,17^2 + 9,18^2)} = 15,24 \text{ m}$

$\underline{V = 15,24 \text{ m/s}}$

Podemos verificar si el ángulo Θ es de 37° :

$\tan \Theta = V_y/V_x = 9,18 \text{ m/s} \div 12,17 \text{ m/s} = 0,75$

$\tan^{-1}0,75 = \Theta$

$\underline{\Theta = 37^\circ}$

• Ejercicios:

- a) Si un jugador de fútbol, en este caso un arquero patea la pelota desde su arco con una velocidad de 20 m/s y con un ángulo de 45° , si despreciamos la resistencia del aire, calcular:
 - 1) El tiempo que la pelota estará en el aire hasta caer al suelo. (usar la ecuación: $t = (2 \cdot v_o \cdot \sin \Theta) \div g$)
 - 2) Que distancia total recorrerá la pelota? (usar la ecuación $x = (v_o \cdot \cos \Theta) \cdot t$)
- b) Si tiramos una piedra y esta sigue una trayectoria parabólica, y tomamos el tiempo desde que la tiramos hasta que cae y es de 4s, ¿a qué tiempo alcanzará la altura máxima? Suponiendo que la velocidad inicial de la piedra es de 18 m/s y el ángulo de 35° , ¿cuál será su altura máxima? (usar la ecuación: $y_{\max} = (v_o \cdot \sin \Theta) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$)
- c) Si una flecha tiene un alcance de 200 m y esto lo hace en un tiempo de 1,5 s, a que tiempo alcanzará la altura máxima en la parábola?
- d) Dibuje la trayectoria parabólica de un proyectil que tiene una $v_o = 27 \text{ m/s}$, un ángulo $\Theta = 45^\circ$, una $y_{\max} = 2 \text{ m}$, un alcance de 250 m.

Director: Carlos Mercado