

EPET 4

GABRIEL E. CALANI – ritabq@yahoo.com.ar

CUARTO AÑO – SEPTIMA DIVISION - QUÍMICA – GUÍA N°9

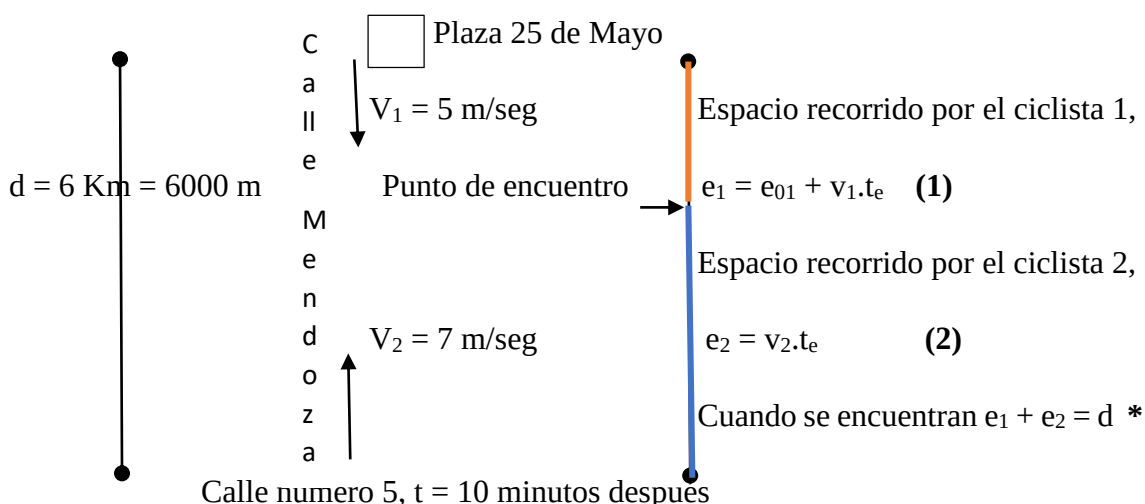
TURNO MAÑANA

FÍSICA I

CINEMÁTICA: PROBLEMA DE ENCUENTRO EN SENTIDO CONTRARIO

De la Plaza 25 de Mayo, moviéndose por calle Mendoza hacia el sur, un ciclista se desplaza a razón de 5 m/seg. En la calle número 5 y calle Mendoza, 6 Km al sur de la plaza citada, otro ciclista parte 10 minutos después en sentido opuesto al primero, moviéndose sobre calle Mendoza a razón de 7 m/seg. Determinar gráficamente y analíticamente a qué distancia de la plaza se producirá el encuentro y cuánto tiempo tardarán en encontrarse.

Hagamos un esquema para comprenderlo.



e_{01} es el espacio inicial recorrido por el ciclista 1, que recorre durante $t = 10 \text{ min} = 600 \text{ seg}$

t_e es el tiempo de encuentro, es decir el tiempo en que simultáneamente se mueven los ciclistas 1 y 2 en sentido contrario hasta encontrarse.

Cálculo analítico del tiempo de encuentro t_e

Debemos partir del planteo de la ecuación * y reemplazar en ella las expresiones **(1)** y **(2)**. Utilizando los datos con unidades expresadas en metros, segundos y m/seg, reemplazamos los datos y operamos matemáticamente despejando y calculando el tiempo de encuentro. Queda invitado a realizar dicho cálculo.

Cálculo analítico del punto de encuentro respecto de la plaza 25 de Mayo.

Utilizando la expresión **(1)** calculamos de modo inmediato el espacio recorrido por el ciclista 1 desde la plaza hasta el punto de encuentro con el ciclista 2.

Otro modo de obtener este punto es realizando la diferencia entre la distancia d que separa a los dos ciclistas inicialmente y la distancia recorrida por el ciclista 2 hasta el punto de encuentro que se obtiene mediante la expresión **(2)**.

Queda invitado a realizar el cálculo analítico del punto de encuentro.

2

Cálculo gráfico del punto de encuentro y del tiempo de encuentro

Debe trazarse un par de ejes cartesianos. En el eje vertical el espacio medido en metros y en el eje horizontal el tiempo medido en segundos. Y aquí trazar dos rectas: una la representativa del movimiento del ciclista 1 dada por la ecuación **(1)**: $e_1 = e_{01} + v_1 \cdot t$ donde $e_{01} = v_1 \cdot t = 5 \text{ m/seg} \cdot 600 \text{ seg} = 3000 \text{ m}$, luego **$e_1 = 3000 \text{ m} + 5 \text{ m/seg} \cdot t$** y otra representativa del movimiento del ciclista 2 acercándose a la plaza $e_2 = d - v_2 \cdot t$, es decir **$e_2 = 6000 \text{ m} - 7 \text{ m/seg} \cdot t$**

En el punto de intersección de ambas rectas, trazando una recta vertical hacia abajo se hace lectura del tiempo de encuentro y trazando una recta horizontal hacia la izquierda se hace la lectura del espacio de encuentro respecto de la plaza 25 de Mayo.

Con estas indicaciones ya se encuentra en condiciones suficientes para realizar el gráfico y queda invitado a determinar en él el tiempo y espacio de encuentro de los dos ciclistas.

TIRO OBLICUO

El tiro oblicuo corresponde a aquel movimiento en que el móvil forma un ángulo con la horizontal de tal modo que mientras va avanzando en sentido horizontal con velocidad constante, en su primer tramo va ascendiendo contra la aceleración de la gravedad, hasta llegar a una altura máxima y luego, en su segundo tramo va descendiendo sometido a la acción de la gravedad hasta llegar a nivel del terreno.

Es conveniente realizar una revisión de algunas definiciones de trigonometría.

Así, el seno de un ángulo se define como el cateto opuesto de un triángulo rectángulo dividida por la hipotenusa de ese triángulo.

Por otro lado, el coseno de un ángulo se define como cateto adyacente de un triángulo rectángulo dividida por la hipotenusa de ese triángulo.

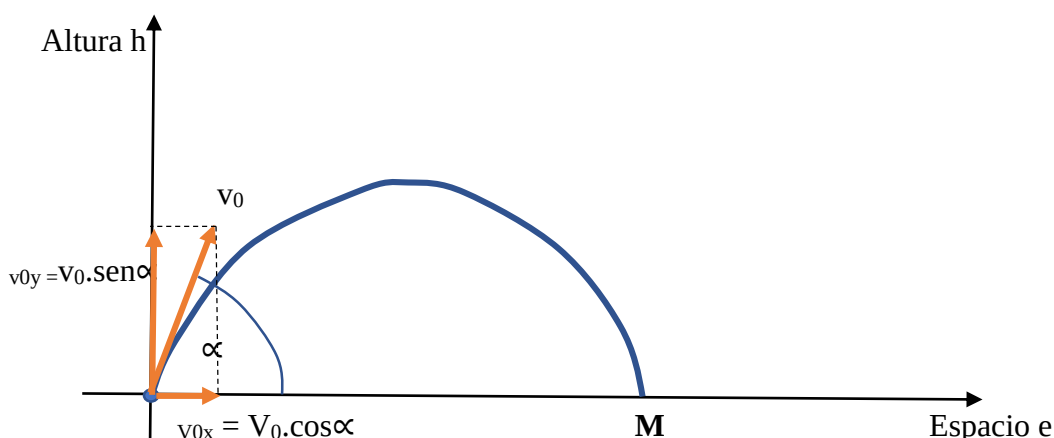
Representando lo dicho gráficamente:



También recordemos los valores que toma el seno y el coseno para distintos ángulos.

α	0°	30°	45°	60°	90°
$\text{Sen } \alpha$	0	0,5	0,707	0,866	1
$\text{Cos } \alpha$	1	0,866	0,707	0,5	0

Aplicando estos conocimientos al caso del Tiro Vertical:



En el eje horizontal el movimiento es rectilíneo uniforme MRU y por lo tanto $e = v_{0x} \cdot t$, es decir $e = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t$ (1)

En el eje vertical el movimiento en el primer tramo es el de un tiro vertical y por lo tanto $h = v_{0y} \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ es decir $h = v_0 \cdot \text{sen } \alpha \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$ (2)

CÁLCULO DE LA INCLINACIÓN α PARA QUE UN TIRO OBLICUO TENGA ALCANCE MÁXIMO

Cuando un proyectil se dispara con un cierto ángulo éste sube y luego baja llegando hasta un punto M en que la altura es nula.

Luego reemplazando en (2), $h = 0$ (altura nula) y $t = t_M$ (tiempo en llegar hasta el punto M) resulta: $0 = v_0 \cdot \text{sen } \alpha \cdot t_M - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_M^2$ (3)

Y como en sentido horizontal se trata de un MRU, el espacio recorrido hasta el punto M es $e_M = v_0 \cos \alpha \cdot t_M$ de donde podemos despejar el valor del tiempo en llegar hasta el punto M,

$$t_M = e_M / v_0 \cos \alpha \quad (4)$$

Reemplazando el valor de t_M de (4) en (3) obtenemos:

$$0 = v_0 \sin \alpha \cdot e_M / v_0 \cos \alpha - \frac{1}{2} g \cdot (e_M / v_0 \cos \alpha)^2$$

$$0 = v_0 \sin \alpha \cdot e_M / v_0 \cos \alpha - \frac{1}{2} g \cdot e_M^2 / v_0^2 \cos^2 \alpha$$

sacando factor común e_M y simplificando v_0 en el primer término:

$$0 = e_M \cdot (\sin \alpha / \cos \alpha - \frac{1}{2} g \cdot e_M / v_0^2 \cos^2 \alpha)$$

Donde M en el punto de inicio, $e_M = 0$, no me es útil, luego:

$$0 = \sin \alpha / \cos \alpha - \frac{1}{2} g \cdot e_M / v_0^2 \cos^2 \alpha$$

Sacando factor común $1/\cos \alpha$

$$0 = 1/\cos \alpha \cdot (\sin \alpha - \frac{1}{2} g \cdot e_M / v_0^2 \cos \alpha)$$

Como para alcance máximo $\alpha \neq 90^\circ$ (sino caería en el mismo lugar) resulta $1/\cos \alpha \neq 0$

$$\text{Luego} \quad \sin \alpha - \frac{1}{2} g \cdot e_M / v_0^2 \cos \alpha = 0$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2} g \cdot e_M / v_0^2 \cos \alpha$$

$$\sin \alpha v_0^2 \cos \alpha = \frac{1}{2} g \cdot e_M$$

$$v_0^2 2 \sin \alpha \cos \alpha = g \cdot e_M$$

Y como $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin 2\alpha$

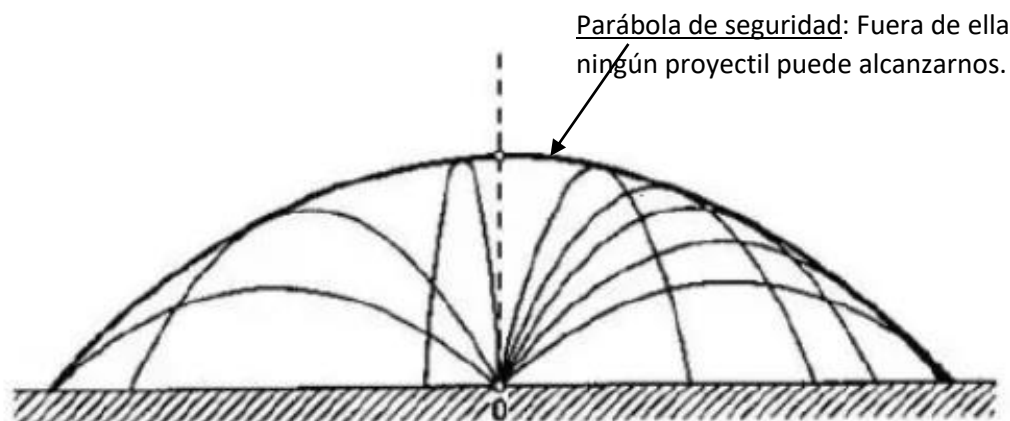
$$v_0^2 \sin 2\alpha = g \cdot e_M$$

Luego el espacio recorrido hasta el punto M es $e_M = v_0^2 \sin 2\alpha / g$

Si queremos que en nuestro tiro oblicuo el alcance sea máximo el valor de $\sin 2\alpha$ debe ser máximo es decir 1 y eso se cumple si $2\alpha = 90^\circ$

Con lo cual el alcance máximo para todo tiro oblicuo se logra para $\alpha = 45^\circ$

Parábola de seguridad: Es la envolvente de todas las trayectorias descritas por los proyectiles cuyo ángulo de disparo está comprendido entre 0 y 180°.



5

Práctico para obtener las parábolas de cada tiro oblicuo entre 0° y 90°, y la envolvente de todas ellas: Un proyectil se lanza desde la superficie del suelo con una velocidad inicial de **60 m/seg.** a) Completar la siguiente tabla:

A modo de ejemplo, mostraré los cálculos para el tiro oblicuo a 30°.

Ángulo de disparo α°	Alcance horizontal alcanzado $e_{\text{máx}}$	Altura máxima alcanzada $h_{\text{máx}}$	Parábola de Seguridad (en la que x se reemplaza por el valor de $e_{\text{máx}}$)
	$e_{\text{máx}} = v_0^2 \sin 2\alpha / g$	$h_{\text{máx}} = v_0^2 \sin^2 \alpha / 2g$	$y = -(g/2v_0^2)x^2 + v_0^2/2g$
90°			
80°			
70°			
60°			
50°			
45°			
40°			
30°	318,13 m	45,92 m	
20°			
10°			

Para $\alpha = 30^\circ$, el alcance horizontal alcanzado es $e_{\text{máx}} = (60\text{m/seg})^2 \sin 2 \cdot 30^\circ / 9,8\text{m/seg}^2$

$$e_{\text{máx}} = 3600 \text{ m}^2/\text{seg}^2 \sin 60^\circ / 9,8\text{m/seg}^2 = 3600 \cdot 0,866\text{m} / 9,8 = 318,13 \text{ m}$$

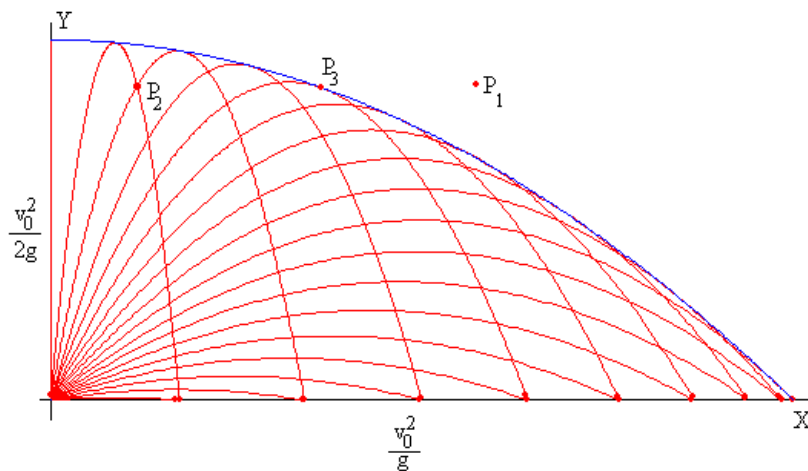
$$\text{La altura máxima alcanzada es } h_{\text{máx}} = (60\text{m/seg})^2 \sin^2 30^\circ / 2 \cdot 9,8\text{m/seg}^2 =$$

$$h_{\text{máx}} = 3600 \text{ m}^2/\text{seg}^2 \cdot 0,25/19,6 \text{ m}/\text{seg}^2 = 45,92 \text{ m}$$

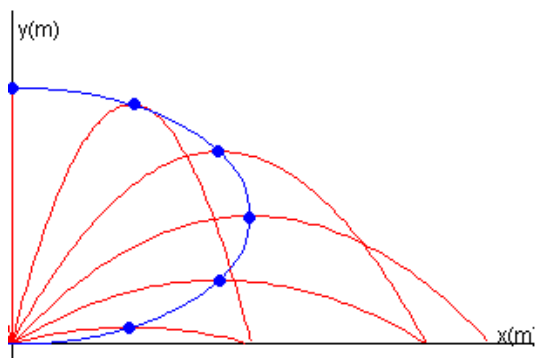
El valor de “y” en la parábola de seguridad para el alcance máximo del tiro oblicuo a 30° es $y = -[(9,8 \text{ m}/\text{seg}^2/2(60 \text{ m}/\text{seg})^2)] \cdot (318,13 \text{ m})^2 + (60 \text{ m}/\text{seg})^2/2 \cdot 9,8 \text{ m}/\text{seg}^2$

$$y = -137,75 \text{ m} + 183,67 \text{ m} = 45,92 \text{ m}$$

b) Graficar altura alcanzada versus alcance obtenido (y vs. x) y trazar la parábola de cada tiro oblicuo en cada caso. Luego marque la envolvente de todas las parábolas. Deberá obtener una representación similar a la que le muestro a continuación.



Finalmente una todos los picos máximos de cada parábola de cada tiro y verificar que se obtiene media elipse. Obtendrá una representación similar a la siguiente.



Lo único que queda por hacer es leer, pensar y asombrarse. Suerte!!!

DIRECTORA: ROLDÁN Claudia