ESCUELA: C.E.N.S 74: JUAN VUCETICH **CUE:** 700024200

DOCENTES: SILVANA BARILARI**-** VANESA SAAVEDRA. **GUIA: 10**

ÁREA CURRICULAR: MATEMÁTICA **AÑO:** 2°1°- 2°3° **NIVEL:** ADULTOS

TEMAS A ABORDAR: SISTEMA LINEAL DE DOS ECUACIONES CON DOS INCOGNITAS. METODOS DE SOLUCION. FUNCION CUADRATICA. INTEGRACION.

Queridos alumnos, debido a la situación que es de público conocimiento a continuación les propongo una serie de actividades en relación al tema ecuaciones. Les pido su **compromiso** con su realización ya que luego de esta ejercitación se **dará por visto el contenido y será evaluado** posteriormente por medio de una actividad que se planteará luego.

Mails de contacto:

ingenierasmbarilarip@gmail.com
vane_arq_master@hotmail.com

SOPORTE TEÓRICO Y EJERCITACIÓN AL FINALIZAR CADA TEMA.

A. SISTEMA LINEAL DE DOS ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS: RECORDAMOS

Un **sistema de ecuaciones** es un conjunto de dos o más ecuaciones con varias incógnitas en la que **deseamos encontrar una solución común**. Ahora vamos a resolver un sistema de dos **ecuaciones lineales** con dos incógnitas. Una **ecuación lineal** con dos incógnitas es una igualdad del tipo **ax+by=c**, donde a, b, y c son números, y «x» e «y» son las incógnitas. Una **solución** es todo par de números que cumple la ecuación. Los sistemas de ecuaciones lineales los podemos clasificar según su número de soluciones:

- **Compatible determinado:** Tiene una única solución, la representación son dos rectas que se cortan en un punto.
- **Compatible indeterminado:** Tiene infinitas soluciones, la representación son dos rectas que coinciden.
- **Incompatible:** No tiene solución, la representación son dos rectas paralelas.

B. METODOS DE RESOLUCION:

Existen diferentes métodos de resolución:

- **Método Gráfico.**
- **Métodos Analíticos**
  - **Sustitución.**
  - **Igualación.**

En esta ocasión vamos a resolver un sistema de **dos ecuaciones lineales** con dos incógnitas. Por ejemplo:

$$\left.\begin{array}{lll} x & +y & =7 \\ 5x & -2y & =-7 \end{array}\right\}$$

1. Resolución gráfica:

Como es de esperar, el método gráfico consiste en representar las gráficas asociadas a las ecuaciones del sistema para deducir su solución. La solución del sistema es el punto de intersección entre las gráficas. La razón de ello es que las coordenadas de dicho punto cumplen ambas ecuaciones y, por tanto, es la solución del sistema.

Como vamos a trabajar con **sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas** (xx e yy), la gráfica de cada ecuación es una recta. Como consecuencia, la intersección de las gráficas es un único punto (a,b)(a,b) y la solución del sistema es x=ax=a e y=by=b. Sin embargo, veremos dos ejemplos de casos especiales: un

sistema sin solución (rectas paralelas) y un sistema con infinitas soluciones (rectas iguales).
Obviamente, para poder aplicar el método gráfico debemos saber representar las gráficas de las rectas. Nosotros lo haremos uniendo puntos calculados previamente.
Terminaremos con un sistema de dos inecuaciones (o desigualdades). En este caso, la solución del sistema es la intersección de dos regiones del plano. Recordamos que **la solución de un sistema** de ecuaciones son los valores de las incógnitas xx e yy que hacen que se verifiquen **todas las ecuaciones** del sistema.

Ejemplo:

Resolver gráficamente el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{cases} y - 2x = 0 \\ y + x = 3 \end{cases}$$

Ver solución

Lo primero que hacemos es despejar la yy en ambas ecuaciones.
Primera ecuación:

$$y - 2x = 0 \rightarrow$$
$$y = 2x$$

Segunda ecuación:

$$y + x = 3 \quad \rightarrow$$
$$y = 3 - x$$

Ahora vamos a calcular unos cuantos puntos de las dos funciones para representarlas. Utilizaremos x=0x=0 y x=2x=2.

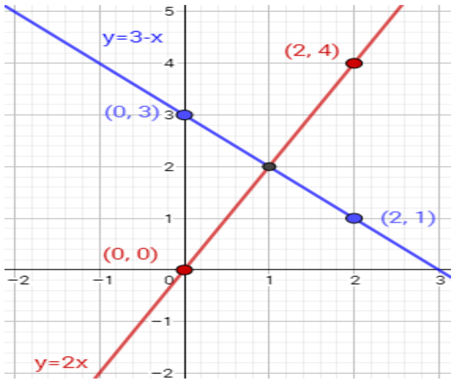
Para la primera función tenemos la tabla

x	$y = 2x$	Punto
0	0	(0,0)
2	4	(2,4)

Para la segunda función tenemos la tabla

x	$y = 3 - x$	Punto
0	3	(0,3)
2	1	(2,1)

Ahora representamos los puntos de cada tabla uniéndolos:



La solución del sistema es el punto donde las gráficas se cortan:

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$$

https://www.matesfacil.com/ESO/sistema-ecuaciones/metodo-grafico/metodo-grafico-sistemas-ecuaciones-lineales-resueltos-grafica-recta-interseccion-solucion-interseccion.html

2. **RESOLUCION ANALITICA:** ***hay varios métodos analíticos para hallar la solución de un sistema de ecuaciones; dos de ellos son:***

- **Método de SUSTITUCION :**

A través del método de sustitución lo que debemos hacer es **despejar una de las incógnitas** en una de las ecuaciones y **sustituir su valor en la siguiente**. Lo veremos con más detalle en el siguiente ejemplo:

$$\left.\begin{matrix} x & +y & = 7 \\ 5x & -2y & = -7 \end{matrix}\right\}$$

Lo primero que hacemos es despejamos una de las incógnitas en la primera ecuación.

x+y=7
x= **7-y**

Sustituimos en la segunda ecuación el valor correspondiente de la «x».

5x-2y=-7
5.(**7-y**)-2y=-7

Ahora, despejamos la «y».

35-5y-2y=-7
35-7y=-7
-7y=-7-35
-7y=-42
y=-42/-7=6
y=6

Por último, utilizamos el valor de «y» para hallar el valor de «x».

x= **7-y**
x=7-6=1
x=1

La solución de nuestro sistema es x=1 e y =6.

Si tienes alguna duda, **consulta el siguiente video tutorial:**
https://youtu.be/ZtZQGbcZaD8

Método de IGUALACION :

El método de igualación consiste en **despejar la misma incógnita** en las dos ecuaciones y después **igualar los resultados**. Los pasos a seguir son los siguientes:

$$\left.\begin{array}{lll} x & +y & =7 \\ 5x & -2y & =-7 \end{array}\right\}$$

En primer lugar, elegimos la incógnita que deseamos despejar. En este caso, empezaré por la «x» y despejo la misma en ambas ecuaciones.

x+y=7; x=**7-y**
5x-2y=-7; 5x=2y-7; x=**(2y-7)/5**

Una vez hemos despejado, **igualamos**:

7-y=(2y-7)/5
5(7-y=(2y-7)/5)
35-5y=2y-7
42=7y
y=42/7=6
y=6

Por último, sustituimos el valor que hemos calculado despejando la otra incógnita en una de las ecuaciones iniciales.

x=**7-y**
x=7-6=1
x=1

La solución de nuestro sistema es x=1 e y =6.

Si tienes alguna duda, **consulta el siguiente video tutorial:**
https://youtu.be/em6ZwpWpEug

C. ACTIVIDADES :

1. Resolver gráficamente los siguientes sistemas de ecuaciones:

$$\begin{cases} 4x+y=4 \\ 3x+\frac{1}{2}y=2 \end{cases} \qquad \begin{cases} y=2x+2 \\ y=2x+1 \end{cases} \qquad \begin{cases} 3y-5x=3 \\ 9y-9=15x \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+5y=33 \\ 12x-7y=51 \end{cases} \qquad \begin{cases} 6y-4x=8 \\ 2x+y=12 \end{cases}$$

2. Resolver los siguientes sistemas por el método de **sustitución**:

$$\begin{cases} \mathbf{2x=12+2y} \\ \mathbf{3y-2x=5y} \end{cases} \qquad \begin{cases} \mathbf{4+x=2y} \\ \mathbf{2x-y=1} \end{cases}$$

3. Resuelva los siguientes sistemas por el método de **igualación:**

$$\begin{cases} \mathbf{x-y=5} \\ \mathbf{x+2y=-1} \end{cases} \qquad \begin{cases} \mathbf{x=\frac{3y-5}{2}} \\ \mathbf{2y+x=15} \end{cases}$$

3. Resuelve los siguientes sistemas por los métodos de **sustitución e igualación**:

$$\begin{cases} x+y=3 \\ 2x-y=0 \end{cases} \qquad \begin{cases} 5x-\frac{y}{2}=-1 \\ 3x-2y=1 \end{cases} \qquad \begin{cases} -10x-5y=0 \\ 21x-7y=28 \end{cases} \qquad \begin{cases} \frac{x}{3}+\frac{y}{5}=\frac{2}{7} \\ \frac{x}{2}+\frac{y}{10}=\frac{3}{7} \end{cases}$$

D. FUNCION CUADRATICA

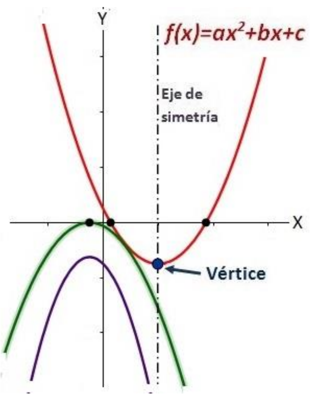
Definicion:

Una **función cuadrática** (o función de segundo grado) es una función polinómica de **grado 2**, es decir, el mayor exponente del polinomio es *x* elevado a 2 (x^2). Su forma estándar es:

$$f(x) = a\,x^2 + b\,x + c$$

$$\text{siendo } a \neq 0$$

Son *a*, *b* y *c* escalares, valores constantes o denominados, que también se denominan los **coeficientes de la función**. Su **representación gráfica** es una parábola vertical.



Existen dos elementos fundamentales en la parábola que definen como es esta:

1. El **eje de simetría**, que es una recta vertical que parte la parábola en dos ramas iguales.
2. El **vértice**: es el punto de intersección de la parábola con el eje de simetría.

Si el escalar $a > 0$, la parábola se abre hacia arriba y el **vértice es el mínimo de la función**. En cambio, si $a < 0$, la parábola se abre hacia abajo y el vértice es el **máximo de la función**.

Cuanto mayor sea el valor absoluto de *a*, |*a*|, más juntas estarán las ramas de la parábola.

Una función cuadrática puede tener dos **raíces reales**, una o ninguna raíz real (en este caso serán dos raíces imaginarias). Las raíces de una función son los elementos del dominio tal que su imagen es nula ($f(x) = 0$). Dicho de otra manera, las raíces son los puntos donde la gráfica de la función corta el eje *x*.

Una **ecuación cuadrática o de segundo orden** es cuando la función cuadrática se iguala a cero: $f(x) = y = 0$. Tiene la forma:

$$0 = ax^2 + bx + c$$

La fórmula para el cálculo de las raíces de una ecuación cuadrática es:

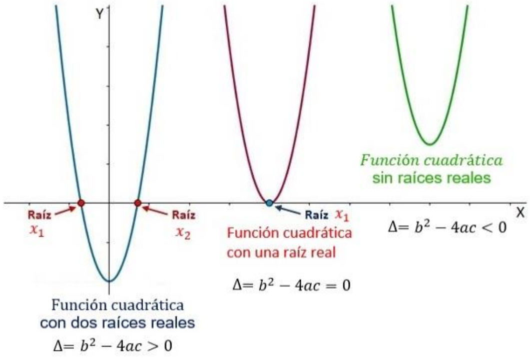
$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Al contenido comprendido dentro del radical de esta fórmula se le llama **discriminante** y se representa así:

$$\boxed{\Delta = b^2 - 4ac}$$

Se puede también expresar la ecuación cuadrática, en función de sus raíces y del escalar *a*, de esta manera, por factorización:

$$\boxed{0 = a(x - x_1)(x - x_2)}$$



$$x = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}}{2} = \frac{-b}{2a}$$

La ecuación de la recta del eje de simetría, por el mismo concepto de la simetría, se puede hallar con la media aritmética de los puntos de corte con el eje *x*, es decir, la media aritmética de sus raíces:

E. CARACTERISTICAS DE LA FUNCION CUADRATICA:

Puntos de corte en el eje de las abscisas (Raíces o soluciones) (eje de las X)

Otra característica o elemento fundamental para graficar una función cuadrática la da el valor o los valores que adquiera **x** , los cuales deben calcularse. Ahora, para calcular las raíces (soluciones) de cualquier función cuadrática calculamos

f (x) = 0 .

Esto significa que las raíces (soluciones) de una función cuadrática son aquellos **valores de x** para los cuales la expresión vale 0; es decir, los **valores de x tales que y = 0** ; que es lo mismo que **f(x) = 0** . Entonces hacemos

$ax^2 + bx + c = 0$

Como la ecuación **$ax^2 + bx + c = 0$** posee un término de segundo grado, otro de primer grado y un término constante, no podemos aplicar las propiedades de las ecuaciones, entonces, para resolverla usamos la fórmula:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Entonces, las raíces o soluciones de la ecuación cuadrática nos indican los puntos de intersección de la parábola con el **eje de las X (abscisas)**.

Respecto a esta intersección, se pueden dar tres casos:

- Que corte al eje X en dos puntos distintos
- Que corte al eje X en un solo punto (es tangente al eje x)
- Que no corte al eje X

https://www.superprof.es/apuntes/escolar/matematicas/calculo/funciones/funcion-cuadratica.html
https://www.universoformulas.com/matematicas/analisis/funcion-cuadratica/

F. ACTIVIDADES:

1. Dada la función cuadrática $f(x) = -2x^2 - 4x + 6$:

a) Hallar la ecuación de su eje de simetría.
b) Las coordenadas de su vértice.
c) Comprobar si la gráfica se abre hacia arriba o hacia abajo.
d) El punto de corte con el eje *y*.
e) Las raíces reales de la función (si las tuviere).

2. Averiguar dos **números impares negativos y consecutivos** tales que si sumamos los cuadrados de los mismos obtenemos un resultado de 130.
3. Averiguar al menos dos ecuaciones cuadráticas cuyas raíces sean -4 y 1.
4. Calcular el vértice de la siguiente función parabólica:

$$f(x) = -3x^2 + 6x + 5$$

5. Determinar los puntos de corte y el vértice de la siguiente función:

$$f(x) = 4x^2 + 4x - 8$$

6. Determinar los puntos de corte de la parábola

$$f(x) = 3(x-1)(x+2)$$

- Y el vértice de la parábola

$$g(x) = 5(x-2)^2 - 4$$

7. Escribir la siguiente función en las formas factorizada y canónica:

$$f(x) = \frac{x^2}{2} + x - 4$$

8. Calcular los puntos de intersección de las siguientes funciones:

$$f(x) = 2x^2 + 4x + 2$$

$$g(x) = 2x^2 + x + 1$$

9. Graficar las siguientes funciones cuadráticas:

$y = x^2 - 4x + 3$. **$y = x^2 - 2x + 3$.** **$y = x^2 - 4x + 4$** **$y = -x^2 + 2x + 3$.**

a) Luego de ver y analizar cada uno de los cuatro ejemplos resueltos, ¿te diste cuenta qué diferencia hay entre los tres primeros y el último?

b) En la última función al graficarla se obtiene una parábola con sus ramas hacía abajo, esto es porque es el único de los ejemplos en el que el valor del coeficiente a (el número que acompaña al término x^2) es negativo.

c) En general, el signo del coeficiente a en la fórmula de una función cuadrática nos indica para donde van las ramas de la parábola:

· Si a > 0, las ramas van hacia arriba **· Si a < 0, las ramas van hacia abajo**

10. Dadas las siguientes funciones cuadráticas:

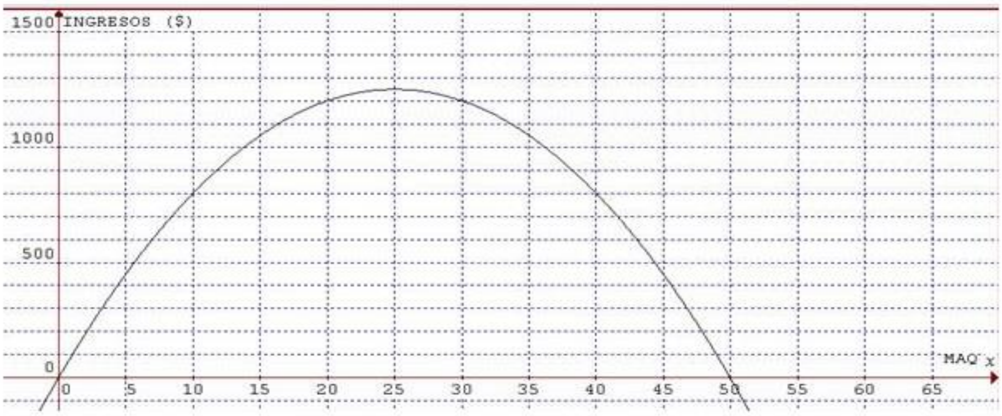
a) $y = 2x^2 - 4x - 6$ **b) $y = -x^2 + 6x - 8$** **c) $y = 2x^2 + 8x + 6$**

Para cada una de ellas:

- Determinar la orientación de las ramas de la parábola
- Encontrar los puntos de corte con los ejes coordenados.
- Encontrar la coordenada del vértice y el eje de simetría.
- Con los datos obtenidos graficar la parábola.

11. Los ingresos mensuales de un empresa de electrodomésticos están dados por la función $y = 100x - 2x^2$ donde x es la cantidad de máquinas que se fabrican en el mes.

- Observar el siguiente gráfico y responder.



a) ¿Cuántas máquinas se deben fabricar mensualmente para obtener el mayor ingreso?

b) Si decimos que la ganancia fue de mil pesos, ¿cuántas máquinas aproximadamente se fabricaron?

c) ¿Cuáles son los ingresos si se fabrican cinco máquinas?

d) ¿A partir de qué cantidad máquinas se comienza a tener pérdidas?