

GUIA N°4

Escuela: Colegio Provincial Barrio Parque Rivadavia Norte

Docente: Ing. Civil BONDUEL, Ana Sofia

Curso: 6° año

Área: Matemática Aplicada.

Contenido: Sistemas de ecuaciones mixtos. Método gráfico y analítico. Método de igualación.

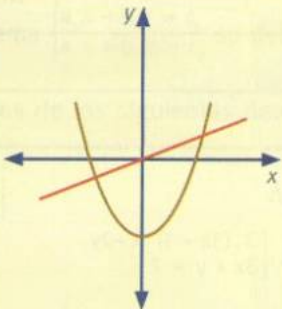
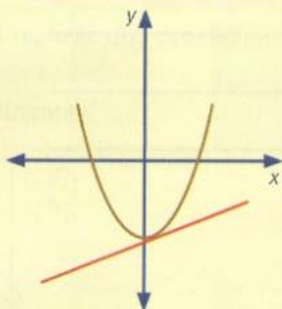
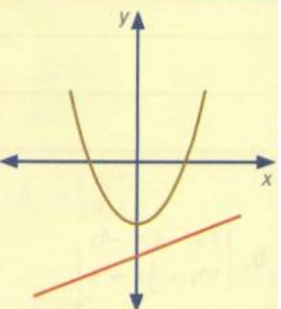
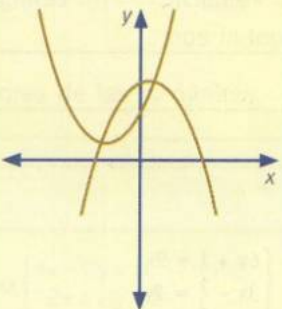
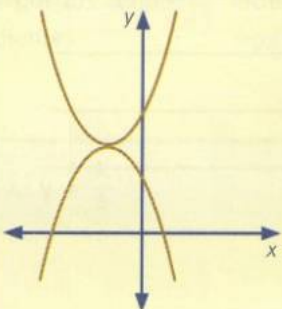
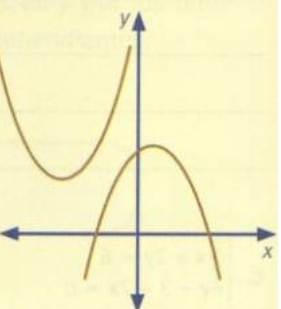
Sistemas de ecuaciones mixtos

Recordemos que es resolver un sistema:

- Resolver **analíticamente** un sistema de ecuaciones significa encontrar los valores de las incógnitas que verifican simultáneamente las ecuaciones del sistema.
- Resolver **gráficamente** un sistema de ecuaciones significa encontrar los puntos de intersección de ambas gráficas. Además a través de la resolución gráfica se puede verificar la resolución analítica.

Los sistemas de ecuaciones mixtos pueden estar formado por una recta y una parábola, o bien, por dos parábolas.

En los casos en que el sistema esté formado al menos por una ecuación de segundo grado, se puede reconocer cuántas soluciones tiene el mismo analizando el discriminante de la ecuación cuadrática que surge al resolver el sistema por el método de igualación o sustitución

	Dos puntos de intersección.	$\Delta = 0$ Un punto de intersección.	Ningún punto de intersección.
Sistema formado por una recta y una parábola. $\begin{cases} y = mx + d \\ y = ax^2 + bx + c \end{cases}$	 <p>La recta es secante a la parábola.</p>	 <p>La recta es tangente a la parábola.</p>	 <p>La recta es exterior a la parábola.</p>
Sistema formado por dos parábolas. $\begin{cases} y = ax^2 + bx + c \\ y = dx^2 + ex + f \end{cases}$			

MÉTODO ANALÍTICO Y GRÁFICO

c) Dadas las funciones: $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = x^2 - 4x + 1$ $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} / g(x) = 3x - 11$

1) Resolver en \mathbb{R}^2 el sistema:
$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 1 \\ y = 3x - 11 \end{cases}$$

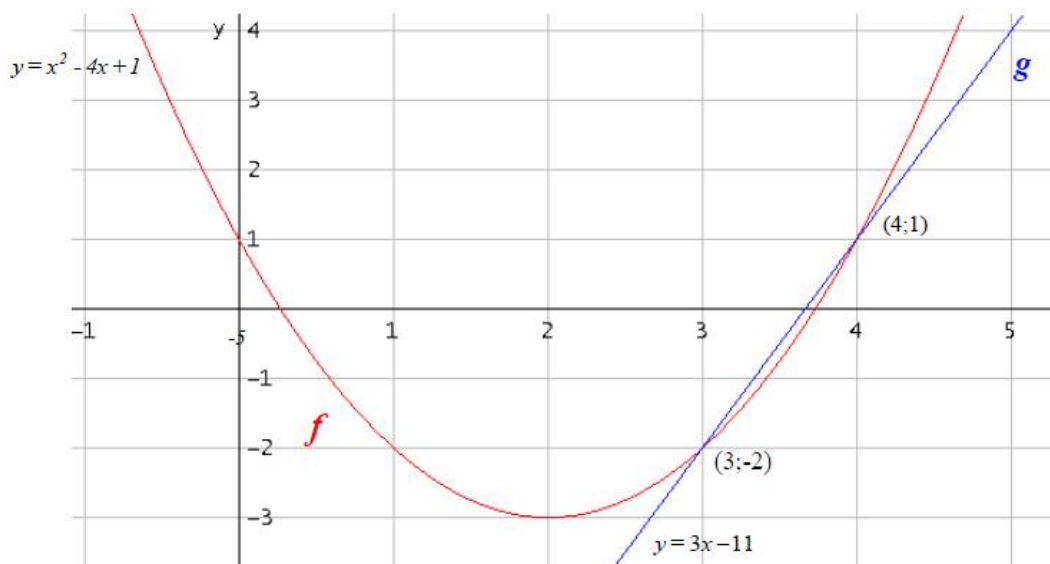
Análiticamente: igualamos ambas funciones: $x^2 - 4x + 1 = 3x - 11$ y resolvemos la ecuación resultante

$$x^2 - 4x + 1 = 3x - 11 \Rightarrow x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow x = \frac{7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12}}{2 \cdot 1} = \frac{7 \pm 1}{2} \begin{cases} x_1 = 4 \\ x_2 = 3 \end{cases}$$

Tenemos dos soluciones para x ; para hallar los valores de y sustituimos dichos valores en una de las funciones; por ejemplo en $g(x)$ para $x=3$ nos queda: $y = 3 \cdot (3) - 11 = -2$ y para $x=4$ nos queda: $y = 3 \cdot (4) - 11 = 1$ por lo que los pares solución serán: $S = \{(3; -2); (4; 1)\}$.

Gráficamente: Equivale a hallar las coordenadas de los puntos de intersección de ambos gráficos; por lo que graficamos ambas funciones en un mismo sistema de coordenadas y determinamos dichos puntos:

$y = x^2 - 4x + 1$			$y = 3x - 11$		
X	Y	(X; Y)	X	Y	(X; Y)
-1	6	(-1; 6)	-1	-14	(-1; -14)
0	1	(0; 1)	0	-11	(0; -11)
1	-2	(1; -2)	1	-8	(1; -8)
2	-3	(2; -3)	2	-5	(2; -5)
3	-2	(3; -2)	3	-2	(3; -2)
4	1	(4; 1)	4	1	(4; 1)
5	6	(5; 6)	5	4	(5; 4)
6	13	(6; 13)	6	7	(6; 7)



EJERCITACIÓN

- Resolver analítica y gráficamente los siguientes sistemas

$$\left\{ \begin{array}{l} y = x^2 - 4x + 5 \\ y = -(x-2)^2 + 1 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y = x^3 - x \\ y = 1 - x^2 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} y = x^2 - 4x + 2 \\ y = 2 + x \end{array} \right.$$

El costo total de producción de "x" unidades de un determinado artículo está dado por la función $C(x) = x^2 + 2x + 360$ y los ingresos obtenidos por las ventas por $I(x) = -x^2 + 74x$. Se solicita

- Graficar las dos funciones en un mismo sistema de ejes cartesianos
- ¿Cuál son las restricciones que se deben realizar para que la situación tenga sentido?
- ¿A partir de qué cantidad de unidades los costos igualan a las ganancias?
- ¿Qué pasa para cantidades inferiores y para las mayores a la obtenida en el ítem anterior?

Se lanza una pelota hacia arriba y simultáneamente un ave levanta vuelo. La trayectoria de la pelota se describe mediante la función $y = -3x^2 + 12x$ y la del vuelo del ave, mediante $y = 1,5x + 7,5$ (donde x representa el tiempo e y la posición)

Siendo (x;y) las coordenadas de la trayectoria

- Graficar las dos funciones en un mismo sistema de ejes cartesianos
- Obtener el o los puntos de encuentro de la pelota y el ave