

Fines II

Trayecto Secundario Parcial

Institución: Escuela Tambor de Tacuarí

Docente: Vallejo Darío Emanuel

Área: Matemática

Guía N°8: Trigonometría

Trigonometría

La trigonometría es la rama de las matemáticas que estudia las relaciones entre longitudes y ángulos de los triángulos. Se encarga del estudio de las razones trigonométricas.

Esta materia tiene innumerables aplicaciones en diversos campos de la ciencia: de una u otra manera en todos los campos de las matemáticas; en la física, por ejemplo, en fenómenos ondulatorios; en la astronomía, por ejemplo, para medir distancias entre planetas; en la geodesia, etc.

Triángulos rectángulos

Un triángulo rectángulo, es aquel que tiene un ángulo interno de 90° . De los tres lados del triángulo, se llama hipotenusa al lado opuesto al ángulo recto. Los otros dos lados se denominan catetos.

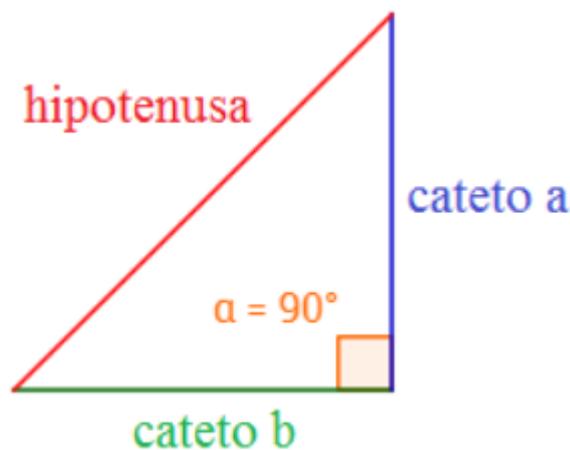


Ilustración 1

En este tipo de triángulo es posible encontrar el valor de sus lados a través de Pitágoras, dicho teorema dice que: “la suma de los cuadrados de los catetos (con catetos se refiere a lados), es igual a la hipotenusa al cuadrado”. Es decir:

$$H^2 = Ca^2 + Co^2$$

Como todo triángulo la suma de los ángulos internos es de 180° , es decir:

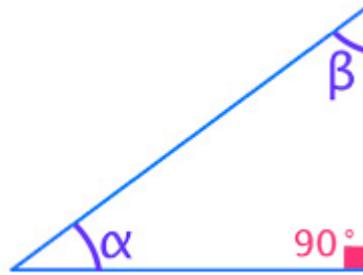


Ilustración 2

$$\beta^\circ + \alpha^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

El teorema de Pitágoras es posible aplicarlo cuando conocemos dos lados. Sin embargo, en muchas de las ocasiones no conocemos dos lados, pero sí conocemos uno de los otros dos ángulos no rectos. En estos casos es cuando utilizamos las relaciones trigonométricas, que son el seno, el coseno, la tangente, la cotangente, la cosecante y secante.

Relaciones trigonométricas

Para encontrar los diferentes lados de un triángulo aplicando las relaciones trigonométricas, comenzamos por tener como dato uno de los ángulos interno que no sea el de 90° y el valor de uno de los lados.

El ángulo alfa puede estar ubicado en cualquiera de las dos partes ya sea en el costado o arriba. Como por ejemplo:

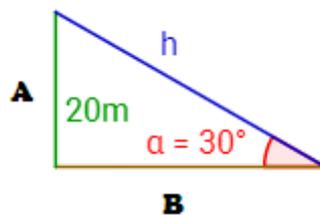


Ilustración 3

$$\alpha = 30^\circ \text{ Y } A = 20$$

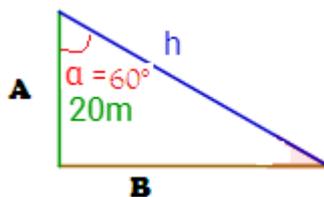


Ilustración 4

$$\alpha = 60^\circ \text{ Y } A = 20$$

Dependiendo donde este alfa, los lados A y B se llaman distintos. Por ejemplo en la figura 3 en ángulo alfa esta abajo y el lado B recibe el nombre de cateto adyacente y lado A recibe el nombre de cateto opuesto.

En la figura 4 el ángulo se encuentra arriba y los lados cambian de nombre, es decir, el lado A ahora es el cateto adyacente y el lado B es el cateto opuesto.

Cateto adyacente= Este lado se encuentra tocando al ángulo alfa. Comúnmente se abrevia con “C.A”.

Cateto Opuesto= Este lado se encuentra en frente del ángulo alfa. Abreviándose como “C.O”.

Como conclusión de esta parte podemos decir que dependiendo de dónde este el ángulo alfa es como se llaman los lados del triángulo. Otro dato a tener en cuenta es que la hipotenusa no cambia de lugar, siempre se encuentra en frente del ángulo de 90°.

Seno

El seno de α se define como el cociente del lado opuesto al ángulo α y la hipotenusa. Para referirnos al seno podemos escribir “sin ()”.

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{C.O}{H}$$

Coseno

Se define como el cociente entre el cateto adyacente y la hipotenusa. Para nombrar al coseno utilizamos “cos ()”.

$$\cos(\alpha) = \frac{\text{Cateto Adyacente}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{C.A}{H}$$

Tangente

La tangente se define como el cociente entre el cateto opuesto sobre el cateto adyacente.

También se puede definir como el cociente del seno y del coseno de dicho ángulo

$$\tan(\alpha) = \frac{\text{Cateto Opuesto}}{\text{Cateto Adyacente}} = \frac{C.O}{C.A} = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

Resolvamos el ejercicio que se mencionó más arriba. Para resolverlo hay que tener en cuenta que si un término está multiplicando de un lado va a pasar dividiendo y si está dividiendo pasa multiplicando.

Partiendo de:

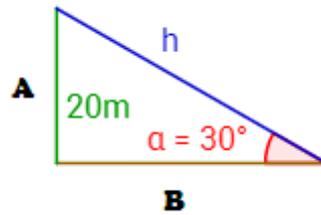


Ilustración 5

Como conocemos el lado opuesto, $a=20m$, utilizamos el seno para calcular la hipotenusa del triángulo:

Datos:

Cateto Opuesto= 20m

$\alpha = 30^\circ$

$$\sin(\alpha) = \frac{\text{Cat. Opuesto}}{\text{Hipotenusa}}$$
$$\sin(30^\circ) = \frac{\text{Cat. Opuesto}}{\text{Hipotenusa}} = \frac{20}{X}$$
$$X = \frac{20}{\sin(30)} = \frac{20}{0.5} = 40$$

Respuesta: El cable mide 40m.

Arco seno y arco coseno

Si conocemos el seno (o coseno) de un ángulo α , podemos conocer el ángulo α mediante la función arco seno (o arco coseno).

En esta página sólo utilizaremos estas funciones en la calculadora con las teclas: \sin^{-1} (arco seno) y \cos^{-1} (arco coseno).

Actividades

- 1) Calcular la altura, a , de un árbol sabiendo que, si nos situamos 8 metros de la base del tronco, vemos la parte superior de su copa en un ángulo de 36° .
- 2) Calcular la altura de la torre de refrigeración de una central nuclear si se sabe que su sombra mide 271 metros cuando los rayos solares forman un ángulo de 30° .

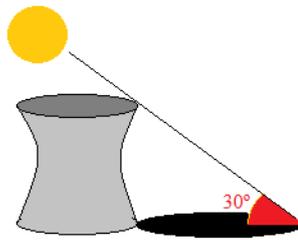


Ilustración 6

- 3) Las ciudades A, B y C son los vértices de un triángulo rectángulo: Calcular la distancia entre las ciudades A y C y entre las ciudades B y C si la ciudad B se encuentra a 100km de la ciudad A y la carretera que une A con B forma un ángulo de 35° con la carretera que une A con C.

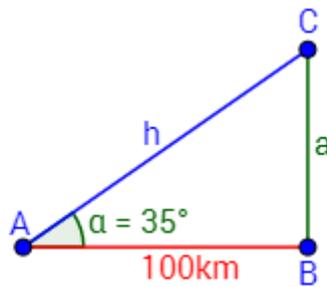


Ilustración 7

- 4) Encontrar los lados faltantes.

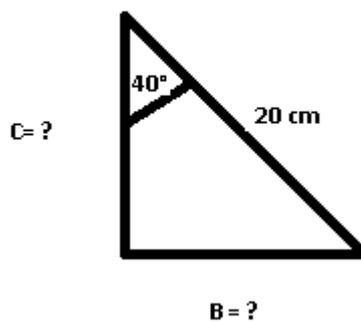


Ilustración 8