

Escuela: CENS RODEO

Docente: Rolando Gastón Olarte

Año: TERCERO

Ciclo: Superior

Turno: VESPERTINO

Área Curricular: ESTADISTICA Y PROBABILIDAD

Título de la propuesta: TEORIA DE LA PROBABILIDAD

TEORIA GENERAL

GUIA N°7:

6 EL AZAR Y LAS PROBABILIDADES

El Chevalier de Méré, llamado el "filósofo jugador del siglo XVII", interesado en obtener informes sobre los riesgos que corría en los juegos de dados, se dirigió a uno de los matemáticos más talentosos de todos los tiempos, llamado Blaise Pascal. Pascal, a su vez, escribió a un matemático aún más célebre, el consejero parlamentario de la ciudad de Tolosa, Pierre de Fermat, y, en la correspondencia que intercambiaron, se planteó por primera vez la teoría de la probabilidad.

Nuestro trabajo comenzará también con la propuesta de los siguientes problemas relacionados con juegos.

Problema 1

En una mesa del Casino, en la que el jugador debe tirar dos dados, puede elegir apostar a dos casos diferentes:

- a) que la suma de los puntos obtenidos sea 7.
- b) que en ambos dados salgan números pares.

En ambos casos, la banca paga lo mismo que lo apostado si el jugador resulta ganador.

¿A cuál de los dos casos apostarías? ¿Podés explicar por qué?

Problema 2

Dos amigos A y B fueron convocados para trabajar en el censo del año 1990. Antes de comenzar el censo hicieron una apuesta: A afirmó que al final del día seguramente habría encuestado a más personas menores de 40 años que mayores de 40 y B afirmó lo contrario. El perdedor pagaría la cena. ¿Creés que alguno de ellos corría con ventaja? ¿Por qué?

Te pedimos que trabajes con estos problemas. Más adelante los retomaremos para discutir algunas cuestiones.



Hablemos del problema 1. Si contamos en cuántos de estos casos la suma de los puntos obtenidos es 7, obtenemos 6 casos diferentes (¿de acuerdo?).

(1; 6) (2; 5) (3; 4) (4; 3) (5; 2) (6; 1)

Si contamos ahora en cuántos casos los números obtenidos en los dos dados son pares, tenemos

(2; 2) (2; 4) (2; 6) (4; 2) (4; 4) (4; 6) (6; 2) (6; 4) (6; 6)

o sea, 9 casos diferentes. Evidentemente, es más conveniente apostar a obtener par en ambos dados ya que tenemos más casos a nuestro favor. Aquí se terminó nuestro problema. Sin embargo podemos hacer otras preguntas interesantes.

Supongamos que apostamos a obtener par en ambos dados. ¿Arriesgarías una apuesta importante de dinero o pensás que no tenés muchas chances de ganar?

Para responder a esta pregunta necesitamos conocer cuántos resultados posibles pueden obtenerse al tirar dos dados para poder comparar los casos favorables con todos los posibles.

Calculemos los diferentes casos que pueden darse al lanzar dos dados.

primer dado segundo dado



Tenemos $6 \cdot 6 = 36$ casos posibles.

Diremos entonces que la probabilidad de obtener dos números pares al tirar dos dados es $\frac{9}{36} = 0,25$. Este cociente nos da una "medida" que nos permitirá decidir si arriesgaremos o no nuestro dinero.

¿Qué quiere decir que la probabilidad es 0,25? Significa que si jugamos 1000 tiradas, aproximadamente en 250 (25%) resultaremos ganadores. (¿Por qué creés que decimos "aproximadamente"?).

(1; 1) (1; 2) (1; 6)
(2; 1) (2; 2) (2; 6)
(3; 1) (3; 2) (3; 6)
.....
(6; 1) (6; 2) (6; 6)

En realidad, la probabilidad de 0,25 no es buena a menos que sea compensada por el premio.

ACTIVIDADES

1

¿Cuál es la probabilidad de obtener suma 7 al tirar dos dados?

2

¿Podés usar las dos probabilidades calculadas para decidir a cuál de los dos casos arriesgarás tu apuesta? Explicá.

PROBABILIDAD

En general, dado un experimento (en nuestro caso tirar dos dados) diremos que la probabilidad de que se dé un suceso A (en nuestro caso sacar suma 7) es el cociente entre el número de sucesos favorables o éxitos donde aparece A (f) y el número de casos posibles (n), siempre que ninguno de los casos tenga preferencia sobre los demás, o sea, todos son igualmente posibles.

$$\text{Probabilidad del suceso A} = \frac{f}{n}$$

En el ejemplo de los dados, si están bien contruidos y fueron arrojados completamente al azar, todas las caras son igualmente probables, por lo tanto también lo es cada uno de los 36 casos posibles.

Ejemplos

La probabilidad de sacar cara al tirar una moneda es $\frac{1}{2}$ pues tenemos 1 caso favorable y dos posibles.

La probabilidad de sacar un 3 al tirar un dado equilibrado es $\frac{1}{6}$ porque tenemos 1 caso favorable y 6 posibles.

Si tenemos en una urna 5 bolitas rojas y 3 blancas, todas del mismo tamaño, la probabilidad de sacar una bolita y que resulte roja es $\frac{5}{8}$.

Pensemos ahora en la siguiente situación. Tenemos 6 alumnos de la división A y 4 de la división B para elegir un equipo de fútbol de 5 personas. ¿Cuál es la probabilidad de que, al elegirlos al azar, el equipo esté formado totalmente por alumnos de la división A?

La primera pregunta que se nos plantea es: ¿cómo hacer para elegir al azar? Podemos, por ejemplo, colocar en una caja papeletos doblados de la misma forma con los nombres de los 9 chicos. Revolvemos y luego sacamos 5 papeletos.

¿Podés dar otra forma para elegir al azar al equipo?

Para calcular la probabilidad necesitamos el número total de casos. ¿Podés calcularlo con lo que aprendimos hasta ahora?

También necesitamos los casos favorables. Este cálculo es un poco más complicado. Podés empezar con algunos ejemplos. ¿Podés escribir un caso que resultará favorable? ¿Podés enumerar todos los casos? ¿Es posible calcular los casos posibles sin tener que enumerar todos los casos? Intentá responder a estas preguntas antes de avanzar en la lectura.

El número de casos posibles es $C_{10,5} = 252$ y el número de casos favorables es $C_{6,5} = 6$. Por lo tanto la probabilidad buscada es:

$$P = \frac{C_{6,5}}{C_{10,5}} = \frac{6}{252} = 0,024$$

Interpretemos este resultado: 0,024 significa que si hacemos, por ejemplo, 1000 elecciones solamente aparecerán todos alumnos de la división A en aproximadamente 24 casos. Es importante entender que la probabilidad no nos dice que en 1000 elecciones deban salir exactamente 24 casos, sino una cantidad cercana a este valor. Si esto no sucede, si por ejemplo en 1000 elecciones salen 80 casos con sólo integrantes de A, sospecharemos que algo no está funcionando bien en nuestras elecciones al azar.

¿Es razonable el valor de la probabilidad obtenida? ¿Por qué creés que es tan pequeña?

¿Cuál es la probabilidad de que, elegido al azar, el equipo esté formado por 4 alumnos de la división A y 1 de la división B?

Sabemos que los casos totales son los mismos pero debemos calcular los casos favorables.

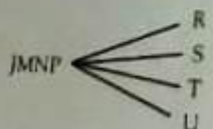
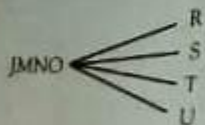
$$P(4 \text{ alumnos de A, } 1 \text{ de B}) = \frac{C_{6,4} C_{4,1}}{C_{10,5}} = 0,238$$

En el numerador, $C_{6,4}$ son todos los grupos de 4 alumnos que podemos formar con los 6 de la división A y $C_{4,1}$ los grupos de 1 que podemos formar con los 4 chicos de la división B.

¿Por qué hemos multiplicado estos valores?

En el curso A los alumnos son J, M, N, O, P, Q.

En B son R, S, T, U.



Vemos que cada conjunto de chicos de A puede estar acompañado por los distintos grupos de 1 formado con los alumnos de B.

Podemos armar una tabla con todos los casos posibles que podrían suceder y sus respectivas probabilidades.

Alumnos de A	Alumnos de B	probabilidad
5	0	0,024
4	1	0,238
3	2	0,476
2	3	0,238
1	4	0,024
		1.000

Observemos que la suma de todas las probabilidades da 1, lo cual es lógico porque hemos agotado todos los casos.

Una pregunta que muchas veces nos surge es:

¿tenemos alguna forma de comprobar los resultados obtenidos?

Una manera es poner papelitos con los nombres de los alumnos y extraer 5 de ellos. Anotamos en la tabla el resultado obtenido.

Si por ejemplo sacamos 3 alumnos de A y 2 de B hacemos una marca en la tercera fila.

Alumnos de A	Alumnos de B	frecuencias
5	0	
4	1	
3	2	✓
2	3	
1	4	

Luego reponemos los papelitos, los mezclamos y extraemos nuevamente 5 y anotamos en el casillero correspondiente el resultado obtenido.

Nosotros repetimos el experimento 20 veces y obtuvimos los siguientes resultados.

Alumnos de A	Alumnos de B	Frecuencias absolutas
5	0	1
4	1	3
3	2	11
2	3	4
1	4	1
Total		20

