Escuela Técnica Obrero Argentino

Guía N°7

Docentes: Correa Claudia Noelia
Rodríguez Rolando

Sexto Año

1° Y 2° División

Ciclo: Orientado

Turno: Mañana y Tarde

Área Curricular: MATEMÁTICA

Educación Secundaria Técnica y Formación Profesional

TÍTULO: CONTINUIDAD. DERIVADA

CONTENIDO SELECCIONADO: Función definida en un punto (imagen puntual): a través de la gráfica y de la ecuación de la función. Continuidad y Discontinuidad Evitable (Redefinición) e Inevitable (Salto finito e infinito). DERIVADAS: velocidad media, Tasa de variación media.

FORMA DE TRABAJO

Toda la guía se resuelve en el cuaderno y se copian los resultados en el Práctico del final y se envía a:

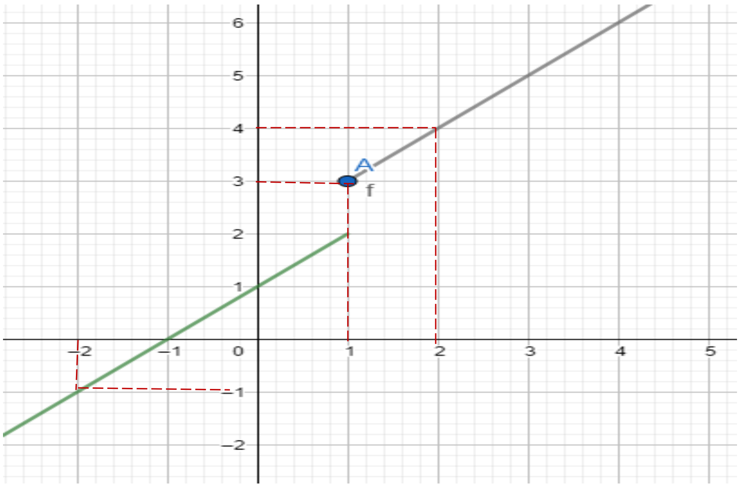
***6to 2da: CLAUDIACORREA2439@gmail.com y**
***6to 1era: consultastrabajopracticos@gmail.com**

PRÁCTICO INTEGRADOR DE LAS GUÍAS 5, 6 Y 7

Observa como está definida la función en cada punto

Aquí tienes, dibujada la gráfica de una función **f(x)** =
$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2-1}{x-1} & \text{si} \quad x \neq 1 \\ 2 & \text{si} \quad x = 1 \end{cases}$$

Cuya gráfica es:



<u>Actividad N° 1</u>: Teniendo en cuenta la gráfica, estima las imágenes y completa:

*f (-2)=***-1**	*f (2)=***4**	*f (1)=***3**	*f (3)=*	*f (4)=*	*f (0)=*

<u>Actividad N°2</u> Dada la ecuación: $f(x) = x^2 +1$. Calcular

*f (-2)=***5**	*f (2)=*	*f (1)=*	*f (3)=*	*f (4)=*	*f(0)=*

Los **valores exactos son:**

Por ejemplo para calcular f(-2) lo que hago es:

Primero) reemplazo el -2 en el lugar de x, esto es:

$\mathbf{f(x) = x^2 +1}$.

$\mathbf{f(-2)= (-2)^2 +1}$

Segundo) Resuelvo:

$\mathbf{f(-2) = 4 + 1}$

$\mathbf{f(-2) = 5}$

Recordamos: <u>Definición de continuidad en un punto</u>

Decimos que una función* f(x) es continua en x_0 *si se cumplen estas tres condiciones:

1$^{\underline{ero}}$) *Existe $f(x_0)$*

2$^{\underline{do}}$) *Existe* $\lim\limits_{x\to x_0} f(x) = L$

3$^{\underline{ero}}$) *$f(x_0) = L$*

***<u>Por ejemplo</u>*: Decimos que la función $f(x) = x^2 – x + 1$ es continua en x =1 pues:**

1^{ero}) Existe f(1) = $1^2 - 1 + 1 = 1$ entonces existe f(1) y es = 1

2do) Existe $\lim_{x\to 1} x^2 - x + 1 = 1^2 - 1 + 1 = 1$ **por lo tanto existe** $\lim_{x\to 1} f(x)$ y es $L = 1$

3^{ero}) f(1) = L= 1

Por lo tanto se verifican las tres condiciones, lo que indica que la función f(x) es continua en x=1

<u>**Actividad N°3**</u> **Determinar si las siguientes funciones son continuas o discontinuas en x=2** **a) f(x)=** $\dfrac{x^2-4}{x-2}$

b) f(x) = $x^2 - 4x + 4$

<u>**Recordemos:**</u> ***Una función puede ser <u>continua</u> o <u>discontinua evitable</u> (en cuyo caso se redefine) o <u>discontinua</u> <u>inevitable</u> (en cuyo caso el salto puede ser finito o infinito) y no se puede redefinir.***

Por ejemplo: **1)** La función **f(x)=** $\dfrac{x^2-4}{x-2}$ **es discontinua evitable**

Pues: 1^{ero}) No existe f(2) pues: $\dfrac{2^2-4}{2-2} = \dfrac{0}{0}$

2do) Existe $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2-4}{x-2} = \dfrac{0}{0}$ salvamos la indeterminación

$$\lim_{x\to 2} \frac{x^2-4}{x-2} = \lim_{x\to 2} \frac{(x-2).(x+2)}{(x-2)} = \lim_{x\to 2} x+2 = 2+2 = 4$$

3^{ero}) No se verifica la tercer condición pues no existe f(2)

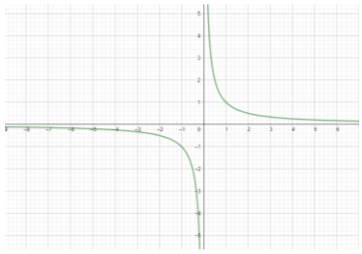
La función es discontinua evitable por lo que se puede redefinir:

Redefinición: f(x)= $\begin{cases} \dfrac{x^2-4}{x-2} & \text{si } x \neq 2 \\ 4 & \text{si } x = 2 \end{cases}$

Por ejemplo 2): la función f(x) = 1/x es discontinua inevitable en el punto x=0 y tiene un salto infinito pues:

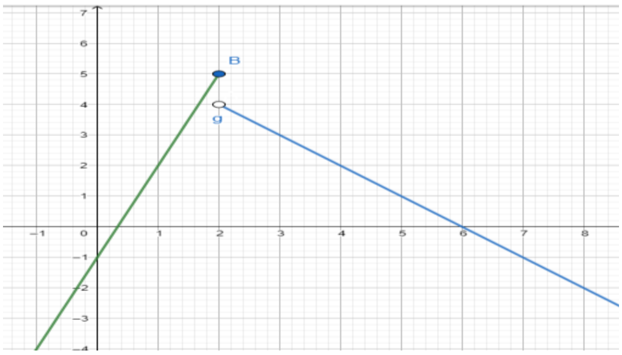
1$^{\underline{ero}}$) No existe f(0) pues: $= \dfrac{1}{0} = \infty$

2$^{\underline{do}}$) No existe $\lim\limits_{x \to 0} = \dfrac{1}{0} = \infty$



Por lo que la tercer condición tampoco se cumple. Por lo tanto f(x) no es continua en el punto x=0 es discontinua inevitable y su salto es infinito

Ejemplo 3*:* (Salto finito)



Dada la función definida a trozos:

$$f(x) = \begin{cases} 3x - 1 & \text{si} \quad x \le 2 \\ -x + 6 & \text{si} \quad x > 2 \end{cases}$$

Cuya representación gráfica es:

Analicemos si es continua en el punto x=2

1$^{\underline{ero}}$) Veamos si existe **f(2) =** para ello vemos si la función está definida en x=2 (en la función definida a trozos es: 3x -1 entonces f(2)= 3.2 – 1 = **5**

2$^{\underline{do}}$) Veamos si existe $\lim\limits_{x \to 2} f(x)$ como es definida a trozos evaluamos el límite por izquierda y por derecha; es decir: $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = 5$

$\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = 4$ **entonces no existe límite de** $x \to 2$ de f(x) pues 4≠5

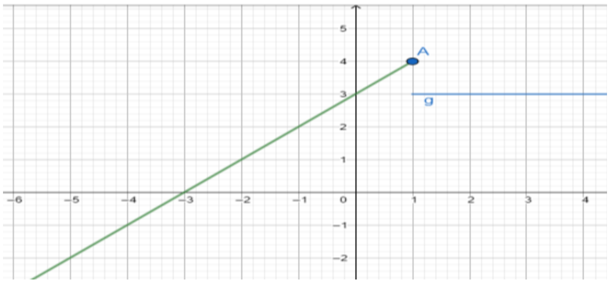
Por lo tanto, **la función es discontinua inevitable.**

Actividad N°4

Determina cuales de las siguientes funciones **discontinuas inevitables tienen un salto finito o infinito (realiza este ejercicio analizando los tres pasos de la continuidad)**

a) $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si} \quad x > 1 \\ 1x + 3 & \text{si} \quad x \le 1 \end{cases}$

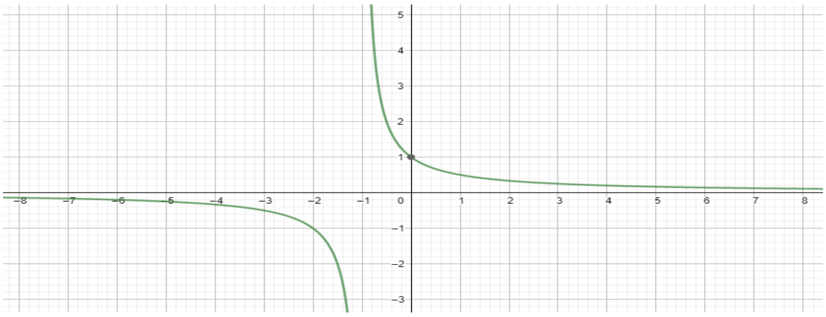
Analiza el salto: si es finito o infinito en la discontinuidad del punto x= 1; su gráfica es:



b) $f(x) = \dfrac{1}{x+1}$ **analiza el salto: si**

es finito o infinito en la discontinuidad del punto x = -1

Su gráfica es:



Actividad N°5

Recordemos:

$$\textbf{TVM [a, b]} = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$$

A) Dada la función: f(x)= 2x + 3

Por ejemplo: TVM [2, 3] = $\dfrac{f(3)-f(2)}{3-2} =$

$$= \frac{(2.3+3)-(2.2+3)}{3-2} = \frac{9-7}{1} = \frac{2}{1} = 2$$

Calcular la TVM en los intervalos [-2;0], [0;1] y [1;2]

B) Durante cierto día las temperaturas en Alicante fueron las que se indican:

Hora	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Temperatura°C	10	11	13	14	15	18	19	20	22	22	23	21	21	20	19	18	18	17	17

Por ejemplo: La tasa de variación media TVM [8, 9] = $\dfrac{f(9)-f(8)}{9-8} =$

$$= \frac{14-13}{9-8} = \frac{1}{1} = 1$$

a) ¿Cuál es la tasa de variación media de la temperatura entre las 12 y las 15 horas?

b)¿Cuál ha sido la tasa de variación media de la temperatura entre las 15 y las 20 horas?

Guía N° 8 **Práctico para Presentar**

Apellido: ………………….. **Nombre:…………………..**

Curso:……………………..

Actividad N° 1: Teniendo en cuenta la gráfica, estima las imágenes y completa:

f (3)=	*f (4)=*	*f (0)=*

Actividad N°2 Dada la ecuación: $f(x) = x^2 + 1$. Calcular

f (2)=	*f (1)=*	*f (3)=*	*f (4)=*	*f(0)=*

Actividad N°3 Determinar si las siguientes funciones son continuas en x=2 y completar:

Funciones	Completar con: es continua o es discontinua
a) f(x)= $\frac{x^2-4}{x-2}$	
a) b) f(x) = $x^2 - 4x + 4$	

Actividad N°4

Determina cuales de las siguientes funciones **discontinuas inevitables tienen un salto finito o infinito (realiza este ejercicio analizando los tres pasos de la continuidad)**

Función	¿Qué tipo de discontinuidad tienen? ¿Evitable o inevitable?	**Redefinición**
a) $f(x) = \begin{cases} 3 & \text{si} \quad x > 1 \\ 1x + 3 & \text{si} \quad x \leq 1 \end{cases}$ en x=1		F(x)= $\{$
b) $f(x) = \frac{1}{x+1}$ en x = -1		F(x)= $\{$

Actividad N°5 Dada la función: f(x)= 2x + 3

A) Completar:

TVM [-2, 0]=	
TVM [0, 1]=	
TVM [1, 2]=	

B) Completar:

TVM [12, 15]=	
TVM [15, 20]=	

Director: Jorge Grosso