Establecimiento educativo: E.P.E.T N°3

Docentes:

- Profesor José González (264-6719695)
- Profesora Liliana Bueno (alumnosepet@gmail.com)

Curso: 5°1° y 5°2 Construcciones y 5°3° Electrónica. Ciclo Orientado.

Espacio curricular: Matemática II- Matemática Aplicada

Turno: Vespertino.

GUÍA N°5

Título de la propuesta: Funciones de una variable. Representación gráfica.

En esta guía N°5 haremos una revisión de las guías anteriores.

1°) Función lineal o de 1°grado

Recordemos la fórmula que representa a la función lineal: $y = ax + b$, $a \in R$; $b \in R$; "a" es la pendiente y b es la ordenada al origen.

"x" es la variable independiente e "y" es la variable dependiente, pues depende del valor que le asignamos a "x".

Representemos a través de tabla de valores las funciones lineales $y = 2x$ e $y = 2x - 3$.

x	$y = 2x$	$(x; y)$
0	$y = 2 . 0 = 0$	$(0; 0)$
1	$y = 2 . 1 = 2$	$(1; 2)$
-1	$y = 2 . (-1) = -2$	$(-1; -2)$
2	$y = 2 . 2 = 4$	$(2; 4)$
-2	$y = 2 . (-2) = -4$	$(-2; -4)$

x	$y = 2x - 3$	$(x; y)$
0	$y = 2 . 0 - 3 = 0 - 3 = -3$	$(0; -3)$
1	$y = 2 . 1 - 3 = 2 - 3 = -1$	$(1; -1)$
-1	$y = 2 . (-1) - 3 = -2 - 3 = -5$	$(-1; -5)$
2	$y = 2 . 2 - 3 = 4 - 3 = 1$	$(2; 1)$
-2	$y = 2 . (-2) - 3 = -4 - 3 = -7$	$(-2; -7)$

Pendiente $a_1 = 2$

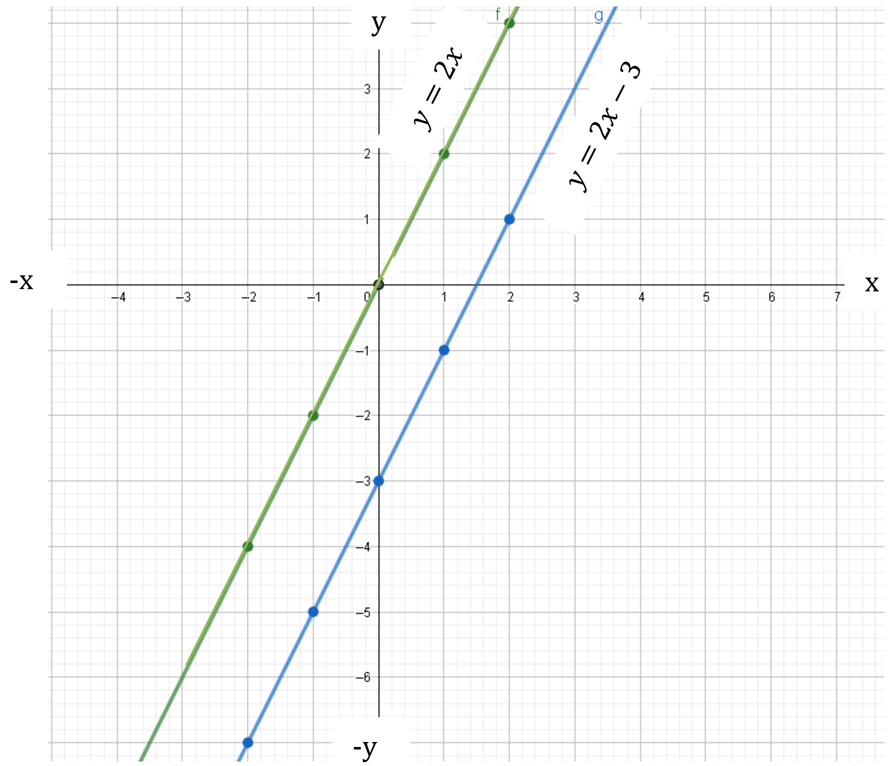
O. al origen $b = 0$

Creciente

Pendiente $a_2 = 2$

O. al origen $b = -3$

Decreciente



Observamos que las dos rectas son paralelas, puesto que las pendientes de las mismas son iguales; entonces podemos decir que $a_1 = a_2$, por lo tanto deducimos que:

"Dos rectas son paralelas cuando sus pendientes son idénticas, es decir, tienen el mismo valor absoluto y el mismo signo"

A continuación graficamos las siguientes funciones lineales:

x	$y = 3x - 2$	$(x; y)$
0	$y = 3 \,.\, 0 - 2 = 0 - 2 = -2$	$(0; -2)$
1	$y = 3 \,.\, 1 - 2 = 3 - 2 = 1$	$(1; 1)$
-1	$y = 3.(-1) - 2 = \; -3 - 2 = -5$	$(-1; -5)$
2	$y = 3 \,.\, 2 - 2 = 6 - 2 = 4$	$(2; 4)$
-2	$y = 3 \,.\, (-2) - 2 = -6 - 2 = -8$	$(-2; -8)$

Pendiente $a_1 = 3$

O. al origen $b = -2$

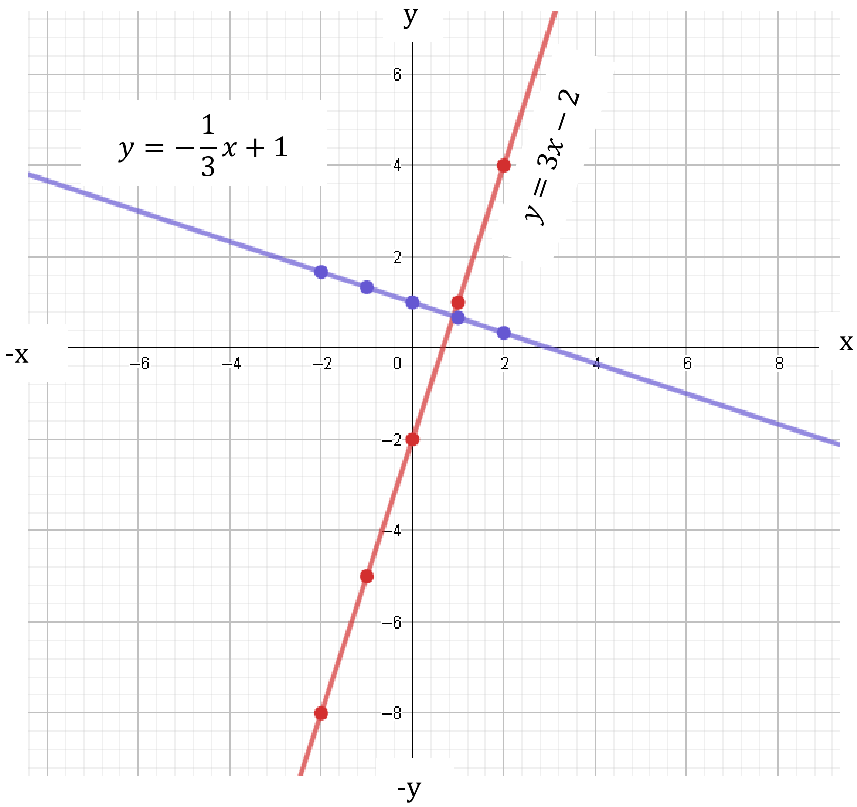
Es creciente

x	$y = -\frac{1}{3}x + 1$	$(x; y)$
0	$y = -\frac{1}{3} \,.\, 0 + 1 = \; 0 + 1 = 1$	$(0; 1)$
1	$y = -\frac{1}{3} \,.\, 1 + 1 = \; -\frac{1}{3} + 1 = \frac{2}{3}$	$(1; 0{,}6)$
-1	$y = -\frac{1}{3} \,.\, (-1) + 1 = \; \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$	$(-1; -1{,}3)$
2	$y = -\frac{1}{3} \,.\, 1 + 1 = \; -\frac{2}{3} + 1 = \frac{1}{3}$	$(2; 0{,}3)$
-2	$y = -\frac{1}{3} \,.\, (-2) + 1 = \; \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$	$(-2; 1{,}6)$

Pendiente $a_2 = -\frac{1}{3}$

O. al origen $b = 1$

Es decreciente



Del gráfico anterior, observamos que las 2 rectas son perpendiculares, puesto que sus pendientes son inversas y de signo contrario, es decir $a_1 = -\frac{1}{a_2}$, entonces decimos que:

"Dos rectas son perpendiculares cuando sus pendientes son inversas y de signos contrarios".

Ejercicio: Represente gráficamente las funciones lineales utilizando tabla de valores. Indique en cada caso:

a) Pendiente, ordenada al origen y el crecimiento
b) Si corresponden a rectas paralelas o rectas perpendiculares. (Grafique cada par de rectas en un solo sistema de coordenadas)

1°) $y = 5x - 3$; $y = 5x + \frac{1}{2}$

2°) $y = 2x + 1$; $y = -\frac{1}{2}x$

2°) Función cuadrática o de 2°grado

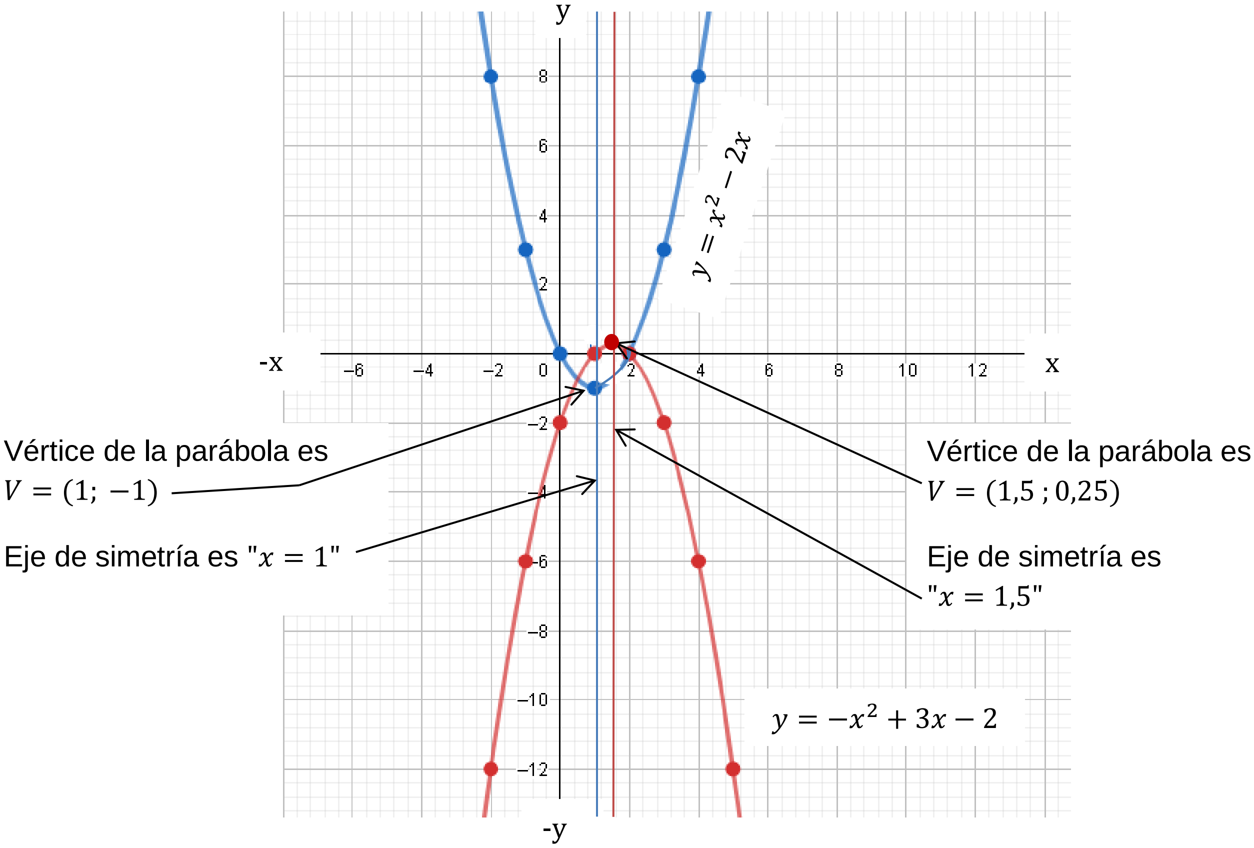
En las guías anteriores vimos que la función cuadrática está representada por la formula $y = ax^2 + bx + c$; $a \in R$; $b \in R$; $c \in R$ se llaman coeficientes.

La función cuadrática puede estar completa o incompleta, es decir "b" puede ser ($b = 0$) o "c" puede ser cero ($c = 0$), pero el coeficiente "a" nunca puede ser cero ($a \neq 0$), pues en caso contrario no sería función cuadrática, sino una función lineal.

Vamos a graficar las siguientes funciones cuadráticas utilizando tabla de valores. (No olvide revisar las guías anteriores).

x	$y = x^2 - 2x$
0	$y = 0^2 - 2\,.\,0 = 0 - 0 = 0$
1	$y = 1^2 - 2\,.\,1 = 1 - 2 = -1$
-1	$y = (1)^2 - 2\,.\,(-\,1) = 1 + 2 = 3$
2	$y = 2^2 - 2\,.\,2 = 4 - 4 = 0$
-2	$y = (-2)^2 - 2\,.\,(-2) = 4 + 4 = 8$
3	$y = 3^2 - 2\,.\,3 = 9 - 6 = 3$
4	$y = 4^2 - 2\,.\,4 = 16 - 8 = 8$

x	$y = -x^2 + 3x - 2$
0	$y = -0^2 + 3\,.\,0 - 2 = 0 + 0 - 2 = -2$
1	$y = -1^2 + 3\,.\,1 - 2 = -1 + 3 - 2 = 0$
-1	$y = -(-1)^2 + 3.(-1) - 2 = -1 - 3 - 2 = -6$
2	$y = -2^2 + 3\,.\,2 - 2 = -4 + 6 - 2 = 0$
-2	$y = -(-2)^2 + 3.(-2\,) - 2 = -4 - 6 - 2 = -12$
1,5	$y = -(1{,}5)^2 + 3.(1{,}5) - 2 \; = -2{,}25 + 4{,}5 - 2 = 0{,}25$
3	$y = -3^2 + 3\,.\,3 - 2 = -9 + 9 - 2 = -2$
4	$y = -4^2 + 3\,.\,4 - 2 = -16 + 12 - 2 = 6$
5	$y = -5^2 + 3\,.\,5 - 2 = -25 + 15 - 2 = -12$



<u>Observación:</u> En la segunda tabla de valores se agregó $x = 1{,}5$ para poder obtener el vértice de la parábola.

<u>Ejercicio:</u> Represente gráficamente las funciones cuadráticas. Indique en cada caso el vértice y eje de simetría. (Use colores diferentes para cada una)

a) $y = x^2 - 4x$; b) $y = -x^2 + 4x - 3$

3°) Función exponencial

La función exponencial está representada por la fórmula:

$$y = n\,.\,a^{x} \quad ; \quad n \in R \quad n \neq 0 \quad ; \quad a \in R \quad a > 0 \quad a \neq 1$$

Representaremos a la función exponencial utilizando tabla de valores. Además haremos el análisis de la misma encontrando el dominio (Dom), la imagen (Im), el crecimiento y la intersección con los ejes.

Graficaremos la función exponencial $y = -(\frac{1}{3})^{x-1} - 2$, pero lo haremos en 4 pasos, es decir, partiremos de una función exponencial sencilla hasta llegar a la más compleja, o sea la función original.

1°) $y = (\frac{1}{3})^{x}$, 2°) $y = (\frac{1}{3})^{x-1}$, 3°) $y = -(\frac{1}{3})^{x-1}$ y 4°) $y = -(\frac{1}{3})^{x-1} - 2$

La idea es ir observando cómo se desplaza la función exponencial.

x	$y = (\frac{1}{3})^{x}$
0	$y = (\frac{1}{3})^{0} = 1$
1	$y = (\frac{1}{3})^{1} = \frac{1}{3} = 0{,}3$
-1	$y = (\frac{1}{3})^{-1} = 3$
2	$y = (\frac{1}{3})^{2} = \frac{1}{9} = 0{,}1$
-2	$y = (\frac{1}{3})^{-2} = 3^{2} = 9$

x	$y = (\frac{1}{3})^{x-1}$
0	$y = (\frac{1}{3})^{0-1} = (\frac{1}{3})^{-1} = 3$
1	$y = (\frac{1}{3})^{1-1} = (\frac{1}{3})^{0} = 1$
-1	$y = (\frac{1}{3})^{-1-1} = (\frac{1}{3})^{-2} = 9$
2	$y = (\frac{1}{3})^{2-1} = (\frac{1}{3})^{1} = (\frac{1}{3}) = 0{,}3$
-2	$y = (\frac{1}{3})^{-2-1} = (\frac{1}{3})^{-3} = 27$

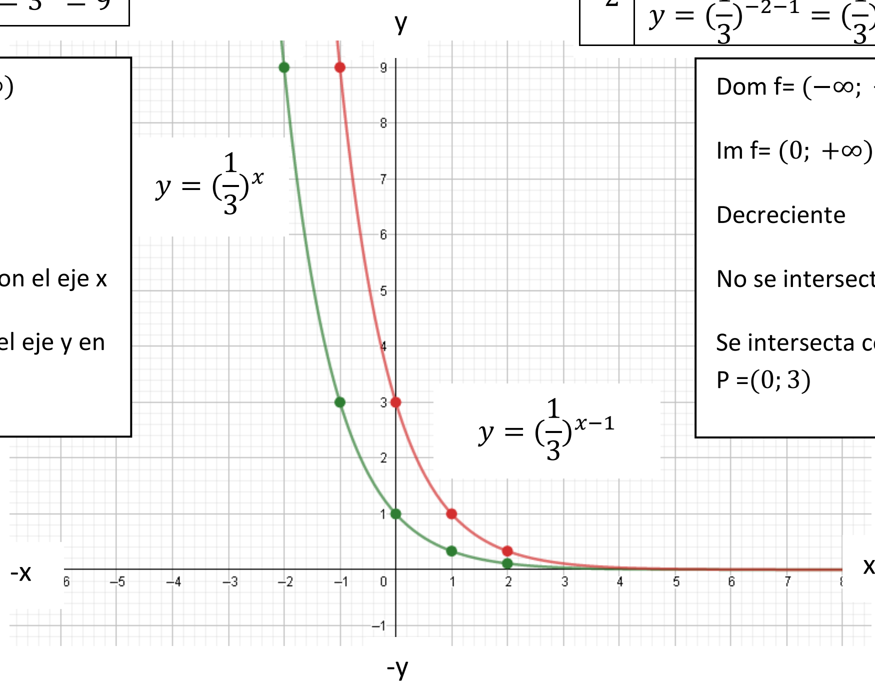
Dom f= $(-\infty;\ +\infty)$

Im f= $(0;\ +\infty)$

Decreciente

No se intersecta con el eje x

Se intersecta con el eje y en P $=(0; 1)$



Dom f= $(-\infty;\ +\infty)$

Im f= $(0;\ +\infty)$

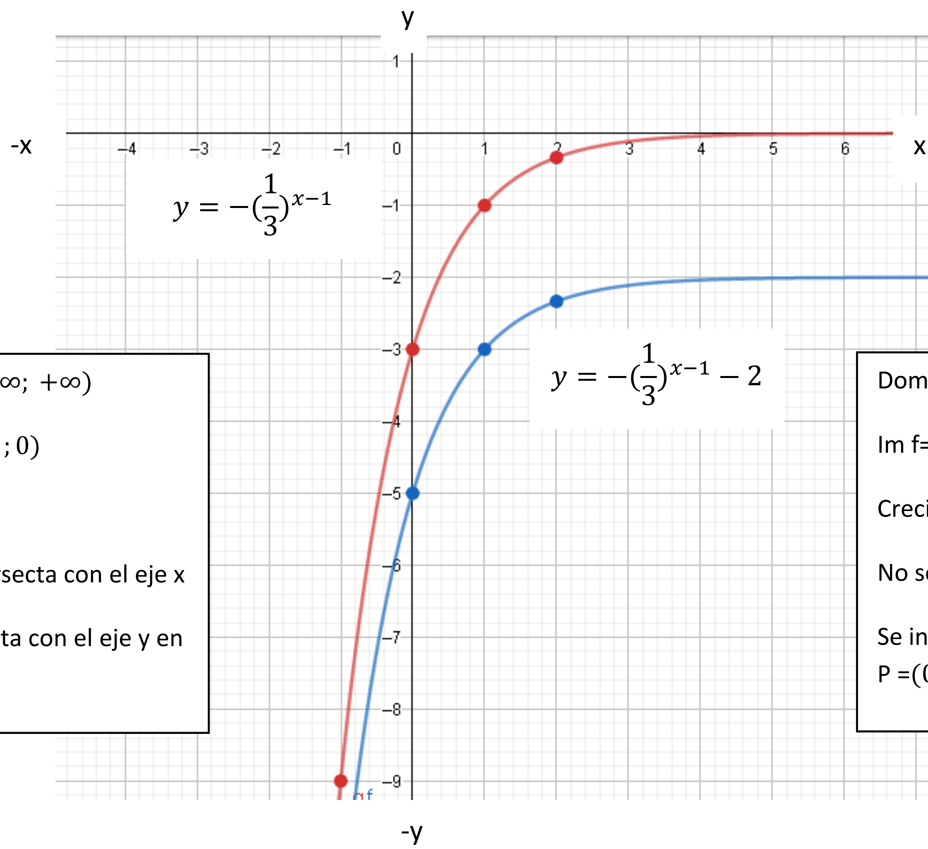
Decreciente

No se intersecta con el eje x

Se intersecta con el eje y en P $=(0; 3)$

x	$y=-(\frac{1}{3})^{x-1}$
0	$y=-(\frac{1}{3})^{0-1}=-(\frac{1}{3})^{-1}=-3$
1	$y=-(\frac{1}{3})^{1-1}=\ -(\frac{1}{3})^{0}=-1$
-1	$y=-(\frac{1}{3})^{-1-1}=-(\frac{1}{3})^{-2}=-9$
2	$y=-(\frac{1}{3})^{2-1}=-(\frac{1}{3})^{1}=-(\frac{1}{3})=-0{,}3$
-2	$y=-(\frac{1}{3})^{-2-1}=-(\frac{1}{3})^{-3}=-27$

x	$y=-(\frac{1}{3})^{x-1}-2$
0	$y=-(\frac{1}{3})^{0-1}-2=-(\frac{1}{3})^{-1}-2=-3-2=-5$
1	$y=-(\frac{1}{3})^{1-1}-2=\ -(\frac{1}{3})^{0}-2=-1-2=-3$
-1	$y=-(\frac{1}{3})^{-1-1}-2=-(\frac{1}{3})^{-2}-2=-9-2=-11$
2	$y=-(\frac{1}{3})^{2-1}-2=-(\frac{1}{3})^{1}-2=-\frac{1}{3}-2=-\frac{7}{3}$
-2	$y=-(\frac{1}{3})^{-2-1}-2=-(\frac{1}{3})^{-3}-2=-27-2=-29$



Dom f= $(-\infty;\ +\infty)$

Im f= $(-\infty\ ;0)$

Creciente

No se intersecta con el eje x

Se intersecta con el eje y en P $=(0;-3)$

Dom f= $(-\infty;\ +\infty)$

Im f= $(-\infty\ ;-2)$

Creciente

No se intersecta con el eje x

Se intersecta con el eje y en P $=(0;-5)$

Ejercicio: Grafique de una manera similar a los ejemplos anteriores las funciones exponenciales. Realice el análisis de cada una de ellas.

a) $y=(\frac{1}{2})^{x}$; $y=(\frac{1}{2})^{x+1}$

b) $y=-(\frac{1}{2})^{x+1}$; $y=\ -(\frac{1}{2})^{x+1}+3$