

Escuela: Agrotécnica Cornelio Saavedra

Docente: Rolando Gastón Olarte

Año: QUINTO SEGUNDA

Ciclo: Superior

Turno: Mañana

Área Curricular: Matemática

Título de la propuesta:

GUIA N°5:

Para relacionar dos variables, por ejemplo, podemos relacionar las variables: "Área o superficie de una pared cuadrada" y "Lado de la pared". Si relacionamos estas dos variables mediante una ley, estamos creando una función. Por ejemplo, si la cantidad de metros cuadrados de la pared es el valor del lado del cuadrado, multiplicado por sí mismo, entonces la fórmula quedaría de la siguiente manera:

$$\text{"Superficie de la pared"} = (\text{Lado de la pared})^2$$

Para simplificar su escritura, puedo ponerles nombres a las variables. La superficie de la pared depende del valor del lado, pongámosle como nombre " x " al lado y $f(x)$ a la superficie. De esta manera estamos simbolizando matemáticamente que la superficie es una función del lado. Con esta nomenclatura nos quedaría la fórmula anterior escrita así:

$$F(x) = x^2$$

Y si tanto ya tenemos escrita una función cuadrática.

Las funciones cuadráticas relacionan " $F(x)$ " con " x^2 " de la siguiente manera:

$$F(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$$

$\forall a, b, c \in \mathbb{R} \wedge a \neq 0$

Para pasar que " b " o " c " sean cero o nulos, como en el ejemplo que pusimos antes, en el que " a " vale 1. Pero para que una función sea una cuadrática, " a " no puede ser cero, ya que si " $a=0$ ", no hay x^2 y por ende no es una función cuadrática.

Ejemplos: $F(x) = -3x^2 \Rightarrow \checkmark$ Es Función cuadrática $F(x) = 3x + 1 \Rightarrow \rightarrow$ No es Función cuadrática
 $F(x) = \frac{1}{3}x^2 - 5x + 2 \Rightarrow \checkmark$ Es Función cuadrática $F(x) = x^3 + 2x^2 + 1 \Rightarrow \rightarrow$ No es Función cuadrática

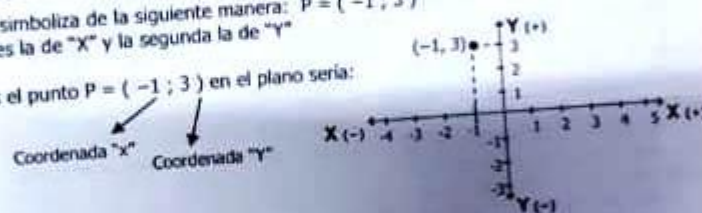
Ubicando puntos en el plano: Como en funciones cuadráticas vamos a trabajar con el plano X-Y vamos antes de empezar, como ubicar puntos en el plano X-Y.

Los puntos en un plano cartesiano (llamamos plano cartesiano al plano X-Y), tienen 2 coordenadas, que son justamente la coordenada de " x " y la coordenada de " y ".

Un punto en el plano se simboliza de la siguiente manera: $P = (-1; 3)$

La primera coordenada es la de " x " y la segunda la de " y ".

Por lo tanto si ubicamos el punto $P = (-1; 3)$ en el plano sería:



Graficando funciones Cuadráticas:

La forma de la ecuación cuadrática que veremos en principio es: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ ("Forma Polinómica") Donde " a ", " b " y " c " son números reales cualesquiera.

Para comenzar, vamos a ir a un caso sencillo: $y = x^2 + 3$

Donde " a " vale 1 y " b " vale 0 y " c " vale 3. Preparemos una **Tabla de Valores**:

La **Tabla de Valores** tiene 2 columnas:

- En la primera columna, **inventamos** los valores de las x . La variable x se llama variable **independiente**.
- En la segunda columna, **calculamos** los valores que va tomando y según cada valor de x . La variable y se llama variable **dependiente**.

Comencemos asignándole a x el valor 1...

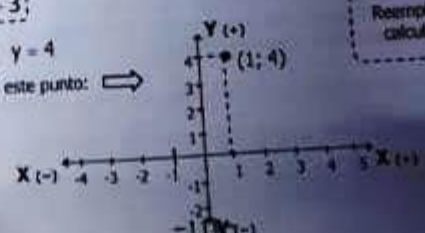
Si x vale:	Entonces y vale:
1	4

Partimos de la fórmula: $y = x^2 + 3$

si $x = 1 \Rightarrow y = (1)^2 + 3 \Rightarrow y = 4$

Ya podemos ir graficando este punto: $\Rightarrow$

Reemplazamos la " x " por 1 y calculamos lo que vale " y ".



Y probando con otros puntos:

Si x vale:	Entonces y vale:
1	$(1)^2 + 3 = 4$
0	$(0)^2 + 3 = 3$
-1	$(-1)^2 + 3 = 4$
-2	$(-2)^2 + 3 = 7$
2	$(2)^2 + 3 = 7$

Para calcular la variable "Y" siempre reemplazamos "x" por el número que elegimos en cada fila.
Graficamos los puntos de la tabla y los unimos:

Desplazamientos de la función Cuadrática:
Comenzaremos estudiando las cuadráticas a partir de la función $f(x) = x^2$. La gráfica de $f(x) = x^2$, la veremos a continuación:
A partir de este gráfico, veremos como son (aproximadamente los gráficos de funciones cuadráticas similares, pero desplazadas vertical y horizontalmente.

Desplazamientos Horizontales: Cuando a la variable "x" se le suma o resta un valor, antes de ser elevado al cuadrado, este valor es el desplazamiento horizontal. Si a la variable "x" se le suma un valor, el desplazamiento es hacia la izquierda, en cambio si se le resta un valor, el desplazamiento es hacia la derecha, lógicamente, sobre el eje de las x.

Ejemplos:

Desplazamientos Verticales: Cuando a la variable "x" se le suma o resta un valor, después de ser elevado al cuadrado, este valor es el desplazamiento vertical. Si a la variable "x" se le suma un valor, el desplazamiento es hacia arriba, en cambio si se le resta un valor, el desplazamiento es hacia abajo.

Ejemplos:

Funciones cuadráticas de Concavidad Negativa: Cuando el coeficiente principal "a" (es decir el número que multiplica a la x^2) es negativo, la parábola que estamos estudiando cambia de concavidad, lo vemos graficado en el siguiente ejemplo (A la concavidad negativa suele llamársela también concavidad "Hacia Abajo"):

Raíces reales de una función cuadrática: Ceros de la Función.
La raíces o ceros de una función, son los valores en los cuáles una función corta al eje de las "x". Cuando una función cuadrática tiene raíces reales, éstas se calculan con la siguiente fórmula:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a}$$

Esta fórmula se aplica con los coeficientes de la función en forma polinómica: $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Ejemplo: Calculemos las raíces de la función: $f(x) = x^2 + 2x - 3$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4 \cdot a \cdot c}}{2 \cdot a} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3)}}{2 \cdot 1} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2} = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-2 + 4}{2} = \frac{2}{2} = 1 \\ x_2 = \frac{-2 - 4}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{cases}$$

En el plano los siguientes puntos:

$F = (-5; -9)$	$K = (-2/3; 0)$	$P = (3/2; 5/2)$
$G = (-3; -1)$	$L = (-1/4; -1/2)$	$Q = (-1/2; -1/2)$
$H = (1,2; -2)$	$M = (1/5; -6)$	
$I = (3/5; 2)$	$N = (0; 0)$	
$J = (2/3; -1)$	$O = (-2/3; -3)$	

Cuáles de las siguientes funciones son funciones cuadráticas y cuáles no lo son:

1) $y = x + 1$	6) $f(x) = \frac{3}{2}x^2 + 2$	10) $f(x) = 3^2 + 2x + 1$	14) $f(x) = \frac{2}{x^2}$
2) $y = -x^2 + 1$	7) $f(x) = 2x - 2$	11) $f(x) = x^2 + \sqrt{2}$	15) $f(x) = 0x^2 + 2x + 3$
3) $y = \frac{x^2}{3} + 1$	8) $f(x) = (x+1)^2 + 1$	12) $f(x) = \sqrt{x^2 + 2}$	16) $f(x) = -5^2$
4) $y = x^2 + x + 1$	9) $f(x) = 2^2 + x$	13) $f(x) = \frac{x}{2^2}$	17) $f(x) = x^2 + 3x^2$

Realiza los ejercicios visibles en esta ultima copia