

Guía Pedagógica – Nivel Secundario

Espacio curricular: Matemática

Curso: 3° año. Turno Noche.

Docente: Espinosa, M. Clara

Objetivos:

- Reconocer propiedades de raíces y potencias.
- Realizar cálculos de manera correcta.
- Realizar cálculos aplicando propiedades.

Tema: Propiedades de Raíces y Potencias

Contenidos:

- Potencias.
- Raíces.
- Potencia de potencia.
- Propiedades de raíces y potencias.

Capacidades a desarrollar:

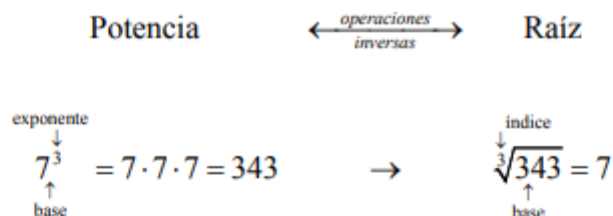
- Conocer las propiedades de radicación y potenciación.
- Aplicar propiedades a distintas formas de cálculo.

Recursos:

- Guía Pedagógica.
- Calculadora.
- Cuaderno, regla, lápiz.

POTENCIAS Y RAÍCES

Recordemos algunos conceptos:



Para unificar ambas operaciones, se define la potencia de exponente fraccionario:

$$a^{b/c} = \sqrt[c]{a^b}$$

Características especiales de las potencias y raíces, según el tipo de números:

- Números naturales

Potencias	Raíces
• Base y exponente son números naturales.	• Índice y base son números naturales.

- Números enteros

Potencias	Raíces
• Base y exponente son números enteros.	• Base entera e índice natural. • Si el índice es par, la base debe ser positiva.

- Números racionales

Potencias	Raíces
• Base y exponente son números fraccionarios. • Índice y exponente son inversos. • La base debe ser positiva si el denominador del exponente es par.	

Actividad:

- Calcula:
 - $2^4 =$
 - $-5^2 =$
 - $\sqrt{64} =$

Propiedades de la potencia:

En general, las propiedades de las potencias (y raíces) de un número racional pueden enunciarse así, siendo a, b, p, q números racionales:

- La potencia de exponente 1 es igual a la base:

$$a^1 = a$$

- El producto de potencias con la misma base:

Para multiplicar potencias con la misma base, sólo es necesario sumar los exponentes, dejando la base sin modificaciones

$$a^p \times a^q = a^{p+q}$$

- El cociente de potencias de la misma base:

Para dividir potencias con la misma base, sólo es necesario restar los exponentes, dejando la base sin modificaciones.

$$a^p : a^q = a^{p-q}$$

- La potencia de exponente 0 es igual a 1:

Cualquier potencia (con base distinta del 0) de exponente 0 resulta siempre igual a 1.

$$a^0 = 1$$

- La potencia de una potencia:

El resultado de elevar una potencia cualquiera a otro exponente es igual a una potencia que tiene por base la base de la potencia, y cuyo exponente es el producto de exponentes

$$(a^p)^q = a^{p \cdot q}$$

- El producto de potencias con el mismo exponente:

El resultado de multiplicar distintas potencias con el mismo exponente es igual a una potencia cuya base es el producto de las bases, y el exponente es el exponente común.

$$a^p \times b^p = (a \times b)^p$$

- El cociente de potencias con el mismo exponente:

El resultado de dividir dos potencias con el mismo exponente es igual a una potencia cuya base es el cociente de las bases, y el exponente es el exponente común.

$$a^p : b^p = (a : b)^p$$

Potencias con números fraccionarios:

En el caso de las fracciones, cabe destacar que el exponente puede ser también un número negativo.

La potencia de una fracción es igual a otra fracción con el mismo numerador y denominador, pero elevados al exponente de la potencia. Así, por ejemplo:

$$\left(\frac{7}{5}\right)^3 = \frac{7^3}{5^3}$$

Se puede definir, además, una potencia con exponente negativo, que es igual a la inversa de la misma potencia con exponente positivo. Por ejemplo,

$$\left(\frac{7}{9}\right)^{-6} = \frac{1}{\left(\frac{7}{9}\right)^6}$$

Las propiedades de la potenciación de números enteros y naturales se aplican del mismo modo a la potenciación de fracciones, incluso en el caso de exponentes negativos.

Raíces con números fraccionarios.

En el caso de los números negativos, debe tenerse en cuenta que no es posible calcular la raíz de índice par. Por ejemplo, la expresión $\sqrt{-4}$ es incorrecta porque no existe ningún número entero cuyo cuadrado sea -4 ; en general, no existe ningún número cuyo cuadrado sea un número negativo.

En el caso de los números fraccionarios, su raíz también es fácil de calcular:

$$\sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5} \quad \text{porque} \quad \left(\frac{4}{5}\right)^2 = \frac{16}{25}$$

En todo caso, una raíz de una fracción siempre puede expresarse como una fracción de raíces. Por ejemplo, $\sqrt[3]{\frac{27}{125}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{125}} = \frac{3}{5}$.

Toda raíz puede expresarse, también, como una potencia cuyo exponente es un número fraccionario igual al inverso del índice. Por ejemplo, $\sqrt{16} = 16^{\frac{1}{2}}$, o también, $\sqrt[3]{27} = 27^{\frac{1}{3}}$. De esta manera, puede expresarse conjuntamente la raíz de una potencia. Por ejemplo: $\sqrt[3]{27^2} = (27^2)^{\frac{1}{3}} = 27^{\frac{2}{3}}$. Es decir, la raíz de una potencia es igual a una potencia cuyo exponente es una fracción, de numerador igual al de la potencia y de denominador igual al índice de la raíz. Otro ejemplo:

$$\sqrt[4]{\left(\frac{16}{81}\right)^{-3}} = \left(\frac{16}{81}\right)^{-\frac{3}{4}}$$

Actividad:

2. Calcula aplicando propiedades:

- a) $3^2 + 3^4 =$
- b) $4^5 : 4^2 =$
- c) $2^4 \times 2^2 =$
- d) $\sqrt{100/36} =$

3. Calcula:

- 1) $\frac{5^2}{5}$
- 2) $\frac{3^3}{3^2}$
- 3) $\frac{2^4}{2^2}$
- 4) $\frac{8^7}{8^5}$
- 5) $\frac{12^6}{12^5}$

4. Calcula:

- a) $\frac{1}{3^4}$
- b) $\frac{1}{5^2}$
- c) $\frac{1}{10^4}$
- d) $\frac{1}{6^3}$
- e) $\frac{1}{7^2}$
- f) $\frac{1}{3^5}$

5. Escribe como una sola potencia:

- a) $2^6 \cdot 3^6$
- b) $2^2 \cdot (-3)^2 \cdot 6^2$
- c) $3^4 \cdot 3^4 \cdot 3^4$
- d) $4^4 \cdot (-5)^4$
- e) $7^2 \cdot 11^2$
- f) $(5)^3 \cdot 5^3 \cdot (5)^3$
- g) $2^5 \cdot 3^5 \cdot 5^5$
- h) $8^3 \cdot 10^3$
- i) $13^4 \cdot 13^4 \cdot 10^4$

Director: Alfredo Gonzalez.