

ESCUELA AGROTÉCNICA DE ZONDA

DOCENTE: Maria Gimena Araya Gil

CURSOS: 4°1° y 4°2°

TURNO: Mañana

ÁREA CURRICULAR: Matemática I

TÍTULO DE LA PROPUESTA: Teorema del Seno y Coseno.

CONTENIDOS:

- Teorema del Seno y Coseno.

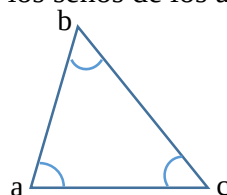
GUÍA DE ACTIVIDADES N°10

Los Teoremas del Seno y Coseno son dos de los teoremas más usados en trigonometría.

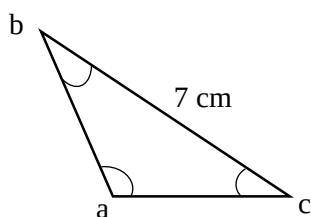
Teorema del Seno.

En todo triángulo, los lados son proporcionales a los senos de los ángulos opuestos.

$$\frac{\overline{ab}}{\sin \hat{c}} = \frac{\overline{ac}}{\sin \hat{b}} = \frac{\overline{bc}}{\sin \hat{a}}$$



Ejemplo:



Datos	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{b} = 30^\circ \\ \hat{c} = 50^\circ \\ \overline{bc} = 7\text{ cm} \end{array} \right.$	Hallar	$\left\{ \begin{array}{l} \hat{a} = \\ \overline{ab} = \\ \overline{ac} = \end{array} \right.$
-------	--	--------	--

Para calcular la medida del ángulo $\hat{a}$ se aplica la fórmula de la suma de los ángulos interiores de un triángulo.

$$30^\circ + 50^\circ + \hat{a} = 180^\circ$$

$$80^\circ + \hat{a} = 180^\circ$$

$$\hat{a} = 180^\circ - 80^\circ$$

$$\hat{a} = 100^\circ$$

Para calcular el lado $\overline{ab}$ y $\overline{ac}$ se aplica el Teorema del Seno.

$$\frac{7 \text{ cm}}{\text{sen } 100^\circ} = \frac{\overline{ab}}{\text{sen } 50^\circ}$$

$$7,10 \text{ cm} \cong \frac{\overline{ab}}{\text{sen } 50^\circ}$$

$$7,10 \text{ cm} \cdot \text{sen } 50^\circ \cong \overline{ab}$$

$$5,43 \text{ cm} \cong \overline{ab}$$

Utilizamos la igualdad $\frac{\overline{bc}}{\text{sen } \hat{a}} = \frac{\overline{ab}}{\text{sen } \hat{c}}$ del Teorema y reemplazamos las medidas de $\overline{bc}$, $\hat{a}$ y $\hat{c}$.

Calculamos 7 cm dividido en Sen 100°.

Despejamos $\overline{ab}$ y multiplicamos 7,10 cm por Sen 50°

Ahora calculamos el lado $\overline{ac}$.

$$\frac{7 \text{ cm}}{\text{sen } 100^\circ} = \frac{\overline{ac}}{\text{sen } 30^\circ}$$

$$7,10 \text{ cm} \cong \frac{\overline{ac}}{\text{sen } 30^\circ}$$

$$7,10 \text{ cm} \cdot \text{sen } 30^\circ \cong \overline{ac}$$

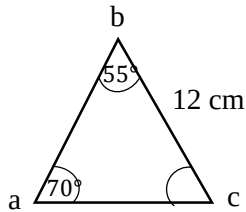
$$3,55 \text{ cm} \cong \overline{ac}$$

Utilizamos la igualdad $\frac{\overline{bc}}{\text{sen } \hat{a}} = \frac{\overline{ac}}{\text{sen } \hat{b}}$ del Teorema y reemplazamos las medidas de $\overline{bc}$, $\hat{a}$ y $\hat{b}$.

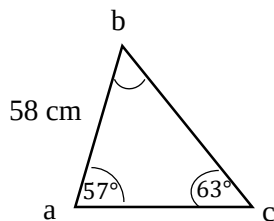
Calculamos 7 cm dividido en Sen 100°.

Despejamos $\overline{ac}$ y multiplicamos 7,10 cm por Sen 30°

Actividad N°1: Calculá lo pedido en cada caso utilizando el Teorema del Seno.



$$\text{Datos } \left\{ \begin{array}{l} \hat{a} = 70^\circ \\ \hat{b} = 55^\circ \\ \overline{bc} = 12 \text{ cm} \end{array} \right. \quad \text{Hallar } \left\{ \begin{array}{l} \hat{c} = \\ \overline{ac} = \\ \overline{ab} = \end{array} \right.$$



$$\text{Datos } \left\{ \begin{array}{l} \hat{a} = 57^\circ \\ \hat{c} = 63^\circ \\ \overline{ab} = 58 \text{ cm} \end{array} \right. \quad \text{Hallar } \left\{ \begin{array}{l} \hat{b} = \\ \overline{bc} = \\ \overline{ac} = \end{array} \right.$$

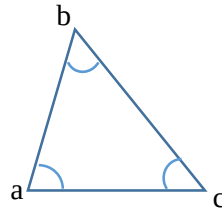
Teorema del Coseno.

El cuadrado de un lado de un triángulo es igual a la suma de los cuadrados de los otros dos lados menos el doble del producto de dichos lados por el coseno del ángulo que forman.

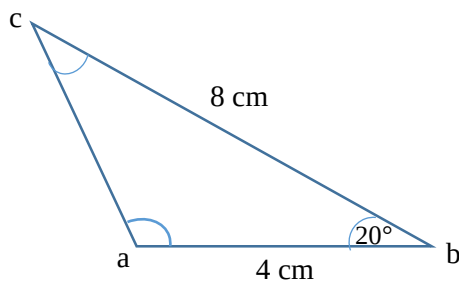
$$\overline{bc}^2 = \overline{ab}^2 + \overline{ac}^2 - 2 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{ac} \cdot \cos \hat{a}$$

$$\overline{ac}^2 = \overline{bc}^2 + \overline{ab}^2 - 2 \cdot \overline{bc} \cdot \overline{ab} \cdot \cos \hat{b}$$

$$\overline{ab}^2 = \overline{bc}^2 + \overline{ac}^2 - 2 \cdot \overline{bc} \cdot \overline{ac} \cdot \cos \hat{c}$$



Ejemplo:



$$\begin{array}{l} \text{Datos} \left\{ \begin{array}{l} \hat{b} = 20^\circ \\ \overline{ab} = 4 \text{ cm} \\ \overline{bc} = 8 \text{ cm} \end{array} \right. \quad \text{Hallar} \left\{ \begin{array}{l} \hat{a} = \\ \hat{c} = \\ \overline{ac} = \end{array} \right.$$

Para calcular el lado $\overline{ac}$, se aplica el Teorema del Coseno, entonces utilizaremos la siguiente fórmula:

$$\overline{ac}^2 = \overline{bc}^2 + \overline{ab}^2 - 2 \cdot \overline{bc} \cdot \overline{ab} \cdot \cos \hat{b}$$

Reemplazamos los datos $\overline{bc}$, $\overline{ab}$ y $\hat{b}$.

$$\overline{ac}^2 = (8 \text{ cm})^2 + (4 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 8 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} \cdot \cos 20^\circ$$

$$\overline{ac}^2 = 64 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm}^2 - 64 \text{ cm}^2 \cdot 0,93$$

$$\overline{ac}^2 = 64 \text{ cm}^2 + 16 \text{ cm}^2 - 59,52 \text{ cm}^2$$

$$\overline{ac}^2 = 20,48 \text{ cm}^2$$

$$\overline{ac} = \sqrt{20,48 \text{ cm}^2}$$

$$\overline{ac} = 4,52 \text{ cm}$$

Reemplazamos las medidas de $\overline{bc}$, $\overline{ab}$ y $\hat{b}$.

Resolvemos las potencias, multiplicaciones y calculamos el $\cos 20^\circ$

Multiplicamos 64 cm^2 por $0,93$

Resolvemos las sumas y restas.

Despejamos $\overline{ac}$.

Calculamos la raíz cuadrada.

Para calcular uno de los ángulos ($\hat{a}$ o $\hat{c}$) también aplicamos el Teorema del Coseno.

Utilizamos la fórmula $\overline{bc}^2 = \overline{ab}^2 + \overline{ac}^2 - 2 \cdot \overline{ab} \cdot \overline{ac} \cdot \cos \hat{a}$ para calcular la medida del ángulo $\hat{a}$

Reemplazamos los valores de $\overline{bc}$, $\overline{ab}$ y $\overline{ac}$.

$$(8 \text{ cm})^2 = (4 \text{ cm})^2 + (4,52 \text{ cm})^2 - 2 \cdot 4 \text{ cm} \cdot 4,52 \text{ cm} \cdot \cos \hat{a}$$

$$64 \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2 + 20,43 \text{ cm}^2 - 36,16 \text{ cm}^2 \cdot \cos \hat{a}$$

$$64 \text{ cm}^2 = 36,43 \text{ cm}^2 - 36,16 \text{ cm}^2 \cdot \cos \hat{a}$$

$$64 \text{ cm}^2 - 36,43 \text{ cm}^2 = -36,16 \text{ cm}^2 \cdot \cos \hat{a}$$

$$27,57 \text{ cm}^2 = -36,16 \text{ cm}^2 \cdot \cos \hat{a}$$

$$27,57 \text{ cm}^2 : (-36,16 \text{ cm}^2) = \cos \hat{a}$$

$$-0,76 = \cos \hat{a}$$

$$139^\circ 27' 51'' = \hat{a}$$

Resolvemos las potencias y multiplicaciones

Resolvemos las sumas 16 cm^2 y $20,43 \text{ cm}^2$.

Resolvemos la resta $64 \text{ cm}^2 - 36,43 \text{ cm}^2$.

Despejamos $\cos \hat{a}$

Resolvemos la división.

Calculamos la medida del ángulo.

Para calcular la medida del ángulo $\hat{c}$ aplicamos la fórmula de la suma de los ángulos interiores de un triángulo.

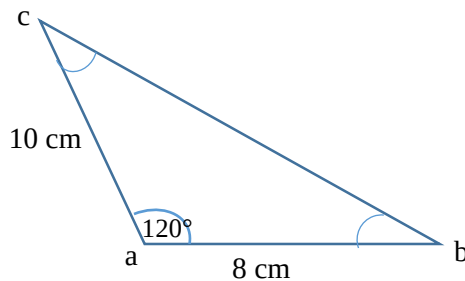
$$20^\circ + 139^\circ 27' 51'' + \hat{c} = 180^\circ$$

$$159^\circ 27' 51'' + \hat{c} = 180^\circ$$

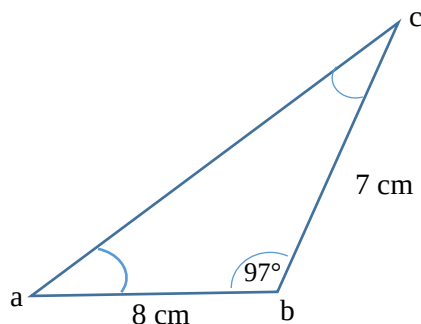
$$\hat{c} = 180^\circ - 159^\circ 27' 51''$$

$$\hat{c} = 20^\circ 32' 9''$$

Actividad N°2: Calculá lo pedido en cada caso utilizando el Teorema del Coseno.



$$\begin{array}{l} \text{Datos} \left\{ \begin{array}{l} \hat{a} = 120^\circ \\ \overline{ab} = 8 \text{ cm} \\ \overline{ac} = 10 \text{ cm} \end{array} \right. \quad \text{Hallar} \left\{ \begin{array}{l} \hat{b} = \\ \hat{c} = \\ \overline{bc} = \end{array} \right. \end{array}$$



$$\begin{array}{l} \text{Datos} \left\{ \begin{array}{l} \hat{b} = 97^\circ \\ \overline{ab} = 8 \text{ cm} \\ \overline{bc} = 7 \text{ cm} \end{array} \right. \quad \text{Hallar} \left\{ \begin{array}{l} \hat{a} = \\ \hat{c} = \\ \overline{ac} = \end{array} \right. \end{array}$$

A cargo de la dirección: Coordinador Nelson Ahumada.