GUIA N°1

Escuela: Colegio Provincial Barrio Parque Rivadavia Norte

Docente: Ing. Civil BONDUEL, Ana Sofia

Curso: 6° año

Área: Matemática Aplicada.

Contenido: Funciones trigonométricas. Grados y radianes. Gráficos y características de las funciones trigonométricas.

Funciones trigonométricas

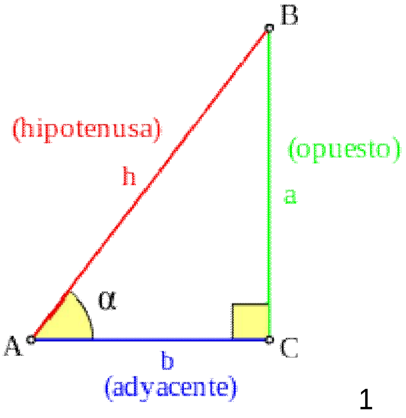
Las funciones trigonométricas se definen comúnmente como el cociente entre dos lados de un triángulo rectángulo asociado a sus ángulos. Las funciones trigonométricas son funciones cuyos valores son extensiones del concepto de razón trigonométrica en un triángulo rectángulo trazado en una circunferencia unitaria (de radio unidad). Definiciones más modernas las describen como series infinitas o como la solución de ciertas ecuaciones diferenciales, permitiendo su extensión a valores positivos y negativos, e incluso a números complejos.

Existen seis funciones trigonométricas básicas. Las últimas cuatro, se definen en relación de las dos primeras funciones, aunque se pueden definir geométricamente o por medio de sus relaciones.

Definiciones respecto de un triángulo rectángulo

Para definir las razones trigonométricas del ángulo: α, del vértice *A*, se parte de un triángulo rectángulo arbitrario que contiene a este ángulo. El nombre de los lados de este triángulo rectángulo que se usará en los sucesivo será:

- La hipotenusa (*h*) es el lado opuesto al ángulo recto
- El cateto opuesto (*a*) es el lado opuesto al ángulo.
- El cateto adyacente (*b*) es el lado adyacente al ángulo.



Todos los triángulos considerados se encuentran en el Plano Euclidiano, por lo que la suma de sus ángulos internos es igual a π radianes (o 180°). En consecuencia, en cualquier triángulo rectángulo los ángulos no rectos se encuentran entre 0 y π/2 radianes. Las definiciones que se dan a continuación definen estrictamente las funciones trigonométricas para ángulos dentro de ese rango:

1) El **seno** de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto opuesto y la longitud de la hipotenusa:

$$\operatorname{sen} \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{hipotenusa}} = \frac{a}{h}$$

El valor de esta relación no depende del tamaño del triángulo rectángulo que elijamos, siempre que tenga el mismo ángulo α, en cuyo caso se trata de triángulos semejantes.

2) El **coseno** de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto adyacente y la longitud de la hipotenusa:

$$\cos \alpha = \frac{\text{adyacente}}{\text{hipotenusa}} = \frac{b}{h}$$

3) La **tangente** de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto opuesto y la del adyacente:

$$\tan \alpha = \frac{\text{opuesto}}{\text{adyacente}} = \frac{a}{b}$$

4) La **cotangente** de un ángulo es la relación entre la longitud del cateto adyacente y la del opuesto:

$$\cot \alpha = \frac{\text{adyacente}}{\text{opuesto}} = \frac{b}{a}$$

5) La **secante** de un ángulo es la relación entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto adyacente:

$$\sec \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{adyacente}} = \frac{h}{b}$$

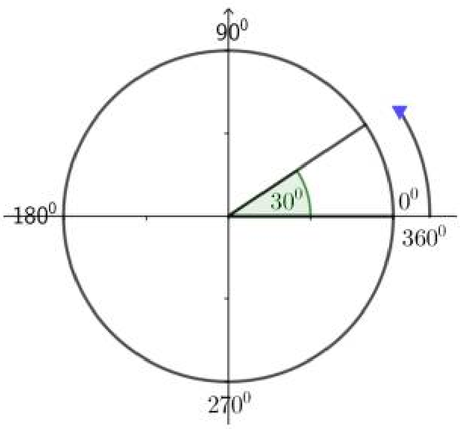
6) La **cosecante** de un ángulo es la relación entre la longitud de la hipotenusa y la longitud del cateto opuesto:

$$\csc \alpha = \frac{\text{hipotenusa}}{\text{opuesto}} = \frac{h}{a}$$

Medida de ángulos. Grados y radianes

Existen diferentes medidas de ángulos. Una de las más usadas es el **grado sexagesimal**.

Un ángulo recto mide 90 grados, por tanto, un grado es el resultado de dividir un ángulo recto en 90 partes iguales.

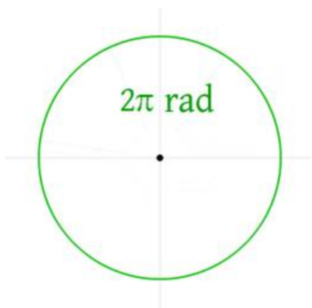


Existen submúltiplos del grado:

- el **minuto**: un grado son 60 minutos
- el **segundo**: un minuto tiene 60 segundos

La notación empleada es la siguiente:35° 40′30" (35 grados, 40 minutos y 30 segundos).

Otra unidad para medir ángulos es el radián.Un ángulo de 1 radián ocupa un arco decircunferencia de longitud su radio.Una circunferencia completa tiene 2π radianes.



Para convertir entre grados y radianes usamos la equivalencia 360° = 2 π radianes, o mejor incluso 180° = π radianes.

Por tanto, con una simple "regla de tres" podemos transformar grados en radianes y viceversa.

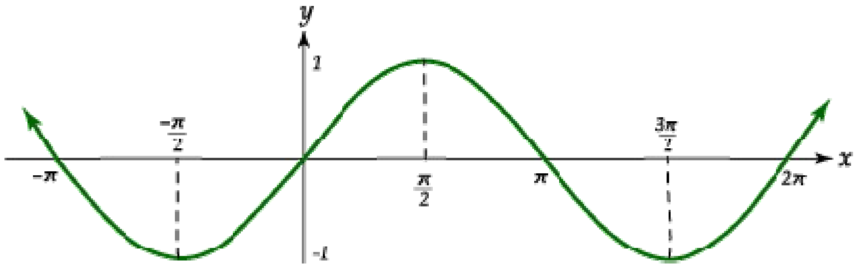
Ejemplo: ¿Cuántos radianes son 30°?

$$180^\circ \longrightarrow \pi\, rad$$

$$30^\circ \longrightarrow x\, rad \quad x = \frac{30 \cdot \pi}{180} = \frac{30\pi}{180} = \frac{\pi}{6}\, rad$$

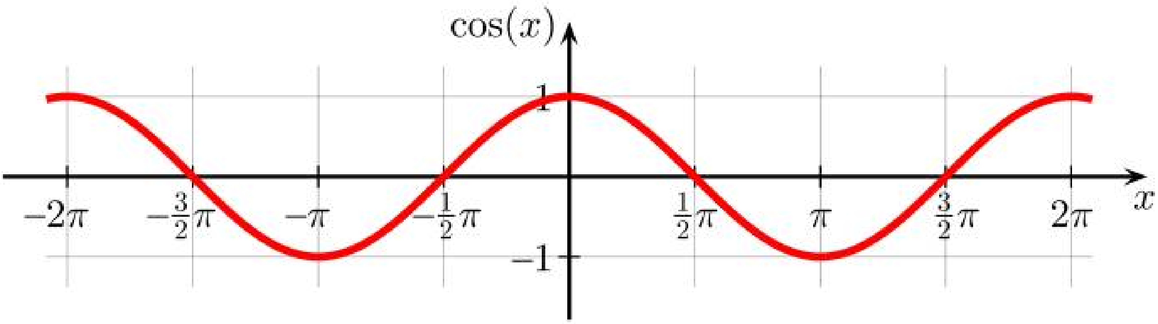
Gráficos y características de las funciones trigonométricas.

CARACTERÍSTICAS DE LA GRÁFICA DE y = sen(x)



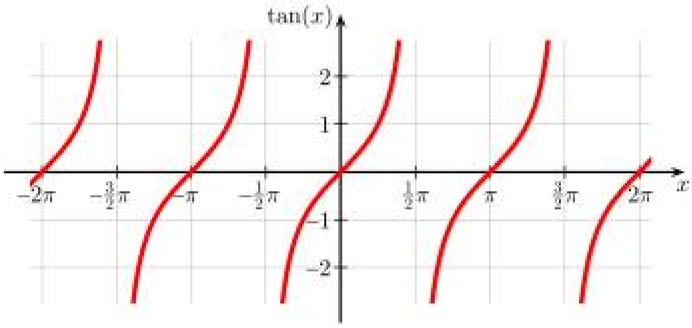
- El ciclo de la función seno comienza en 0 y termina en 2π.
- Dominio: el conjunto de números reales
- Alcance: el conjunto de números mayores o iguales que -1 hasta los números menores o iguales que 1.
- Cruza el eje de “y” en (0,0)
- El eje de referencia es: eje “x”.
- El punto máximo es: ($\frac{\pi}{2}$, 1)
- El punto mínimo es: ($\frac{3\pi}{2}$,-1)
- Su período: 2π.

CARACTERÍSTICAS DE LA GRÁFICA DE y = cos(x)



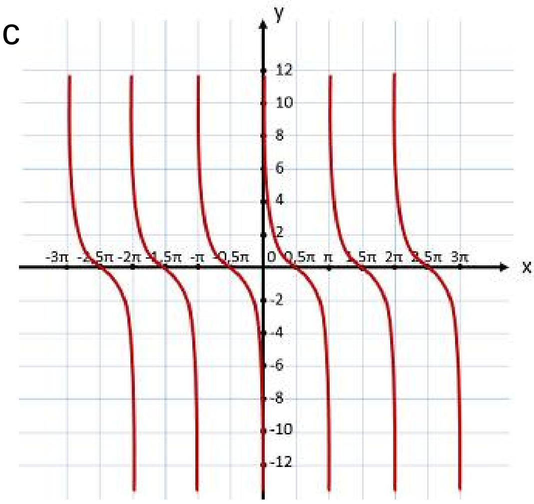
- El ciclo fundamental de la función coseno del ángulo comienza en 0 y termina en 2π.
- Dominio: el conjunto de números reales.
- Alcance: el conjunto de números mayores o iguales que -1 hasta los números menores o iguales que 1.
- Cruza el eje de "y" en: (0,1)
- El eje de referencia es: el eje "x"
- El punto máximo es: (0,1) y (2π,1)
- El punto mínimo es: (π,-1)
- Su período: 2π

CARACTERÍSTICAS DE LA GRÁFICA DE y = tan(x)



- El ciclo fundamental de la función tangente del ángulo comienza en -π/2 y termina en π/2.
- Tiene asíntotas en el ciclo.
- Dominio: toda x diferente a (π/2)±nπ
- Alcance: el conjunto de todos los números reales.
- Cruza el eje de "y" en (0,0)
- El eje de referencia es: el eje "x"
- Su período: π
- Asíntotas: x=±π/2

CARACTERÍSTICAS DE LA GRÁFICA DE y = c

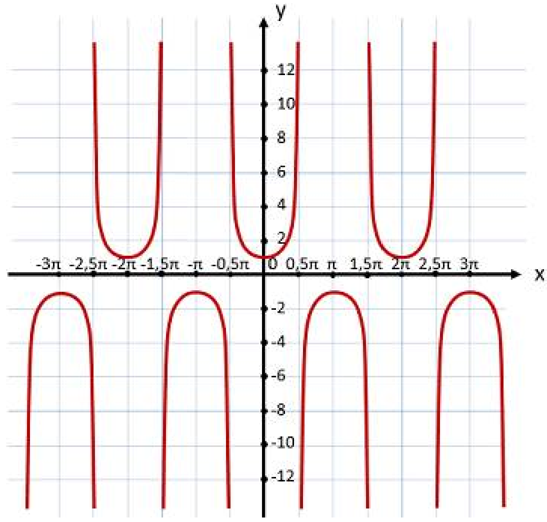


- El ciclo fundamental de la función cotangente del ángulo comienza en 0 y termina en π.
- Tiene asíntotas en el ciclo.
- Dominio: toda x diferente a ±nπ
- Alcance: el conjunto de todos los números reales.
- No cruza el eje de "y"
- El eje de referencia es: el eje "x".
- Su período: π
- asíntotas: x=±nπ

CARACTERÍSTICAS DE LA GRÁFICA DE y = sec(x)

- El ciclo fundamental de la función secante del ángulo comienza en -π/2 y termina en 3π/2.

- Tiene tres asíntotas verticales.
- Dominio: el conjunto de números reales excepto los múltiplos impares de π/2
- Alcance: el conjunto de todos los números reales menores menores o iguales que –1 y todos los números mayores o iguales que 1
- Cruza el eje de "y" en (0,1)
- El eje de referencia es: el eje "x"
- El punto máximo es: (π,-1)
- El punto mínimo es: (0, 1)
- Su período: 2π
- Asíntotas: x=-π/2, x=π/2 y x=3π/2



CARACTERÍSTICAS DE LA GRÁFICA DE y = csc(x)

- El ciclo fundamental de la función cosecante del ángulo comienza en 0 y termina en 2π.
- Tiene tres asíntotas.
- Dominio: el conjunto de números reales excepto los multiplos impares de π/2
- Alcance: el conjunto de todos los números menores o iguales que -1 y todos los números mayores o iguales que1
- Cruza el eje de "y" en (0,1)
- El eje de referencia es: el eje "x"
- El punto máximo es: (π,-1)
- El punto mínimo es: (0, 1)
- Su período: 2π
- Asíntotas: x=-π/2, x=π/2 y x=3π/2