# Propuesta pedagógica n° 2 - Fines I – 2020

## Escuela Secundaria Capitán de Fragata Carlos María Moyano

**Docente:** Silvana Andrea Benega

**Espacio curricular :** Matemática – 5° año

**Título de propuesta:** Función Cuadrática.

**Contacto:** WhatsApp 2644108117

---

## Función Cuadrática

*Fórmulas de la función cuadrática*

*Las funciones que pueden definirse (explícitamente) de alguna de estas formas se conocen como funciones cuadráticas.:*

$\boldsymbol{f(x) = a\,(x - x_v)^2 + y_v}$ *(Forma canónica)*

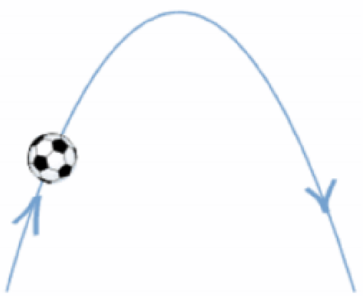
$\boldsymbol{f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)}$ *(Forma factorizada)*

$\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$ *(Forma polinómica)*

### Representación gráfica

*Los puntos del gráfico de una función cuadrática siempre describen una parábola.*

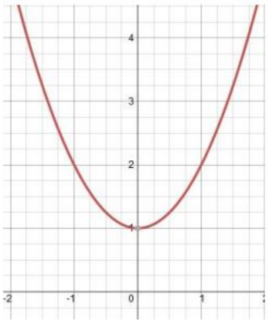
*Ejemplo de parábola:*



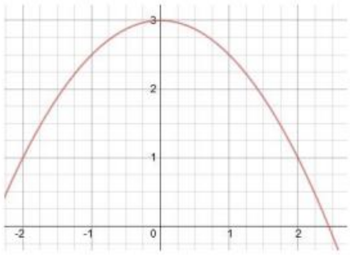
*En este curso trabajaremos a partir de la expresión polinómica de la función cuadrática y graficaremos usando puntos característicos.*

*Analizaremos qué significa y cómo influye cada coeficiente. En los tres casos, **a** es el mismo coeficiente (llamado coeficiente principal), y tanto **x** como **f(x)** ó **( y)** son las variables independiente y dependiente, respectivamente*

- ✓ *Si este coeficiente es positivo, es decir, **si a** > **0**, la parábola es cóncava hacia arriba:*



- ✓ Si este coeficiente es **negativo**, es decir, si **a** < **0**, la parábola es cóncava hacia abajo:



## Elementos del gráfico

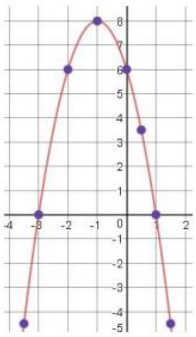
*Una función cuadrática puede estar expresada de varias formas diferentes, como vimos en la actividad inicial.*

*Por ejemplo,* $\boldsymbol{y = 2x^{2} - 8}$ *es equivalente a* $\boldsymbol{y = 2(x - 2)(x + 2)}$*. Ambas son funciones cuadráticas, y representan a la misma función.*

*Es decir, las funciones cuadráticas vienen dadas por expresiones de grado 2, es decir, que tienen un término cuadrático ax 2, con a ≠ 0 (sino, ¡sería una función lineal!)*

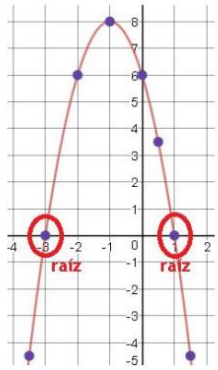
:

$\boldsymbol{f(x) = -2x^{2} - 4x + 6}$ *Este es su gráfico:*



*En esta sección, analizaremos los distintos elementos que tiene, y al final, veremos cómo construir el gráfico de una función cuadrática.*

## Raíces



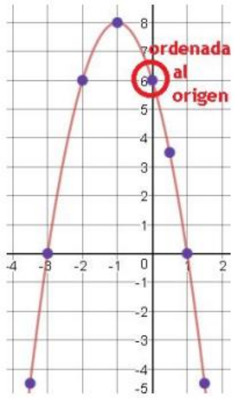

*Las abscisas donde el gráfico corta al eje horizontal se llaman raíces. Se calculan resolviendo la ecuación f(x) = 0*

*Si partimos de la expresión polinómica podemos aplicar la* ***ecuación característica****.*

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

*Entonces, las raíces de la función son x = 1 y x = -3, como vemos en el gráfico.*

## Ordenada al origen

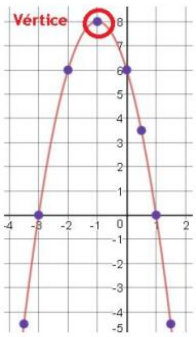



*Además, las funciones cuadráticas tienen una ordenada al origen, es decir, el lugar donde el gráfico corta al eje vertical.*

*Se calculan resolviendo el cálculo f(0). Es decir, reemplazando la variable independiente por x = 0.*

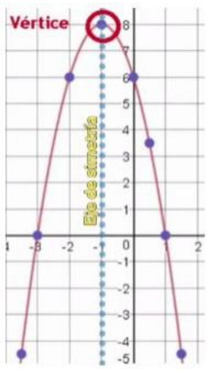
*Por ejemplo, para* $\boldsymbol{f(x) = -2x^2 - 4x + 6}$ *, resolvemos el cálculo:* $\boldsymbol{f(0) = 6}$ *Por lo tanto, la ordenada al origen es y = 6, como vemos en el gráfico.*

## Vértice




*Las funciones cuadráticas, además de tener ordenada al origen y raíces (¡no en todos los casos!), tienen un vértice. Es el punto máximo, o mínimo, que alcanza el gráfico de la función. ¿Cuáles son las coordenadas del vértice del gráfico? ¿Qué relación hay entre las raíces y el vértice?*

## Como se determina el vértice.




*El vértice, como cualquier punto, tiene un par de coordenadas:*

$\boldsymbol{V = (x_v\, ;\, y_v)}$*. A la primera coordenada la llamamos* $\boldsymbol{x_v}$ *. Se obtiene promediando las raíces, es decir, calculando: En el caso de* $\boldsymbol{f(x) = -2x^2 - 4x + 6}$ *como las raíces son* ***-3 y 1****: La segunda coordenada,* $\boldsymbol{y_v}$ *, se calcula reemplazando el valor de en la fórmula* $\boldsymbol{x_v}$ *.*

*Es decir, calculamos* $f(x_v)$. *En este caso:* $y_v = f(x_v) = 8$ *, Por lo tanto, el vértice es el punto* $(-1\,;\,8)$.

## Construcción del gráfico

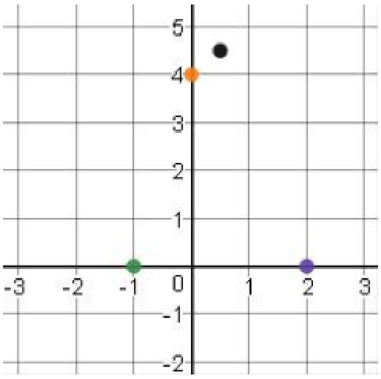
*Como vimos a lo largo de esta sección, las funciones cuadráticas tienen 3 elementos muy importantes para construir su gráfico:*

- ✓ ***Raíces***
- ✓ ***Ordenada al origen***
- ✓ ***Vértice***

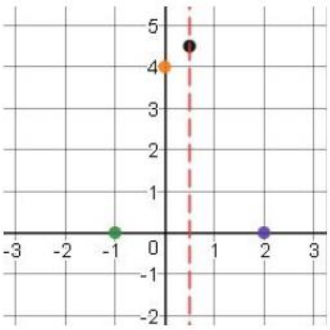
*Por ejemplo, para graficar* $f(x) = -2x^2 + 2x + 4$ *seguimos estos pasos: 1. Calculamos cada uno de esos elementos:*

- ✓ *Raíces: en* $x = -1$ *y en* $x = 2$
- ✓ *Ordenada al origen: en* ***y = 4***
- ✓ *Vértice: en* ***(0,5 ; 4,5)***

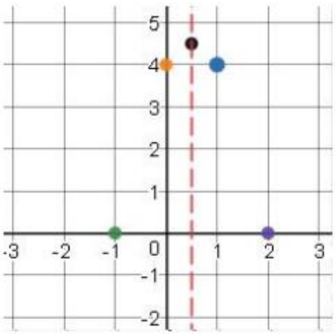
*2. Ubicamos estos elementos en el gráfico:*



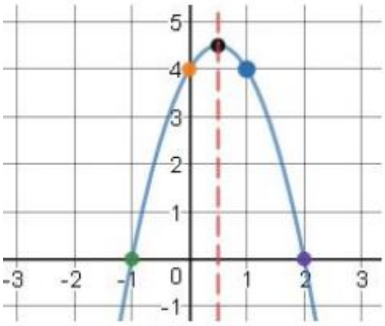

*3. Trazamos el eje de simetría, determinado por el* $x_v$ *. En este caso, en* ***x = 0,5:***




*4. Calculamos más puntos para dar precisión al gráfico, por ejemplo, en este caso, si* $x = 1$, $f(x) = 4$ *, es decir, que el punto* $(1\,;\,4)$ *también pertenece al gráfico:*



5. Finalmente, trazamos el gráfico, que describirá una parábola.




*Las parábolas son curvas simétricas respecto de un eje; es decir, tienen un eje de simetría. El punto en el que el eje de simetría corta a la parábola se llama vértice.*

*Conclusiones*

**1)** *El coeficiente a determina la amplitud de la parábola. Si es positivo (a > 0), la concavidad es positiva. Si es negativo (a < 0) la concavidad es negativa, si a= 0 la función no es cuadrática.*

**2)** *El coeficiente b determina la posición de la parábola en el gráfico.*

**3)** *El parámetro c determina la ordenada al origen, es decirla intersección con el eje vertical o f(0).*

**4)** *La raíces (intersección con el eje horizontal) se obtiene resolviendo la ecuación f(x)=0*

✓ *Si la mínima expresión de la función es de la forma*

$\boldsymbol{f(x) = ax^2 + c}$, *se resuelve la ecuación despejando y luego usando módulo.*

✓ *Si es de la forma* $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx}$ *, se resuelve la ecuación extrayendo factor común "x".*

✓ *Si es de la forma completa, es decir,* $\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}$ *, se resuelve la ecuación usando la fórmula resolvente:*

$$\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

**5)** *El vértice* $\boldsymbol{V = (x_v ; y_v)}$ *, que tiene dos coordenadas, que se calculan así:*

✓ *La primera coordenada xv , se puede obtener de dos maneras: promediando las raíces*

$$\boldsymbol{x_v = \frac{x_1 + x_2}{2}}$$

*si hay dos raíces reales. Si no hubiera dos raíces reales,* $\boldsymbol{x_v = -\frac{b}{2a}}$

*realizamos el cálculo Este valor determina el eje de simetría del gráfico.*

- ✓ *La segunda coordenada yv , se obtiene reemplazando la anterior en la fórmula, es decir, calculando* $f(x_v)$ .

***6)*** *Para graficar, ubicamos en el gráfico las raíces, la ordenada al origen y el vértice. De ser necesario, calculamos algún punto más. Luego, determinamos el eje de simetría. Con esa información, ya estamos en condiciones de trazar la parábola.*

## *Actividades*

***1) Grafique las siguientes funciones cuadráticas utilizando las raíces, vértice y ordenada al origen .***

a) $k(x) = x^2 - 9$

b) $l(x) = 2x^2 - 8$

c) $m(x) = -x^2 + x$

d) $f(x) = 2x^2 + 4x - 6$

e) $s(x) = -2x^2 - 1$

f) $g(x) = x^2 + 2$