Fines III: Trayecto Secundario Completo.

Escuela: Doctor Diego de Salinas.

Docente: Robledo, Verónica- verobledo.vr@gmail.com - Wsp: 2645650094

Área curricular: Matemática.

FUNCIONES

Introducción

En el lenguaje cotidiano es frecuente usar la idea de asignación para establecer relaciones. Por ejemplo, a cada persona se le asigna su nombre, a cada triángulo su perímetro, a cada alumno de la facultad un número de registro, etc.

En el campo científico también se establecen relaciones entre distintas variables, las cuales pueden expresarse a través de gráficos, de fórmulas o de tablas. Esto permite realizar predicciones y es así como el médico sabe qué ocurrirá si hace descender el nivel de glucosa en la sangre de un paciente, o el ingeniero sabe cómo variará la resistencia del hormigón si modifica la relación agua/cemento en su elaboración.

El concepto de función permite formalizar esta idea de asignación.

Concepto de función

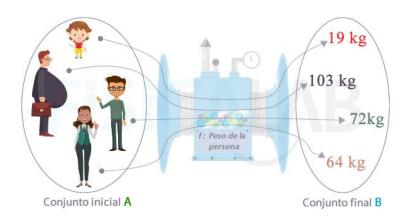
De manera general, una función, es una relación entre dos conjuntos A y B de manera que a cada elemento del conjunto A (conjunto original o de partida) le corresponde un único elemento del conjunto B (conjunto final o de llegada).

Dónde:

a : Es un elemento cualquiera del conjunto inicial A

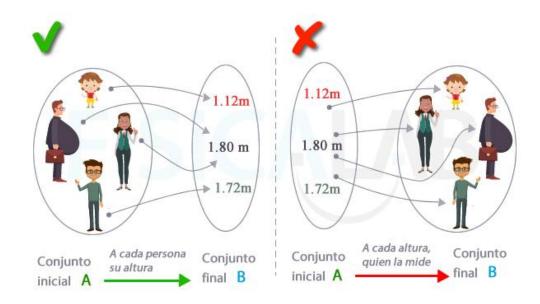
b : Es un elemento del conjunto final B, resultante de aplicar sobre a la función concreta f

Aunque la definición anterior puede parecer bastante abstracta, no te asustes. La siguiente imagen te ayudará a aclarar estas ideas.



En nuestra imagen, el conjunto **A** está formado por personas y el conjunto **B** está formado por pesos. La función f, representada por la máquina en el centro, es la encargada de asociar a cada persona su peso. Además, en la definición anterior llamábamos **a** a cada elemento del conjunto inicial y **b** a cada elemento del conjunto final. El valor de **b** se obtiene aplicando la regla f "peso de la persona" al elemento **a**.

Es importante que te percates de que no todas las relaciones entre variables pueden ser consideradas funciones. Para que lo sean, a cada valor del conjunto inicial A le tiene que corresponder un único valor del conjunto final B. Aunque un valor del conjunto B puede estar asociado a varios valores del conjunto A.



No todas las relaciones son funciones

En una función, a cada elemento de **B** pueden llegar varias flechas de **A**, pero de un elemento de **A** no pueden salir varias flechas. Así, dada una correspondencia que sea una función (ilustración izquierda), la correspondencia inversa (ilustración derecha) no tiene por qué serlo también.

<u>Par Ordenado</u>: Cuando hablamos de par ordenado, nos estamos refiriendo a dos números, o figuras, encerrados en un paréntesis. Su representación general es: (a , b)

Ahora bien ¿cómo se obtiene un par ordenado?, ¿para qué sirve un par ordenado?

Un par ordenado se puede obtener desarrollando una función o realizando la operación llamada producto cartesiano. Un par ordenado sirve para representar un subconjunto del producto cartesiano entre dos conjuntos, un punto en un plano cartesiano o bien una razón o una función.

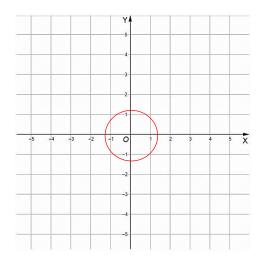
Producto Cartesiano:

Cada par ordenado es una combinación entre elementos del conjunto A y elementos del conjunto B. Siempre, el primer elemento pertenece al primer conjunto y el segundo elemento, al segundo conjunto, pero no al revés porque su representación no es conmutativa; es decir, no se puede alterar el orden.

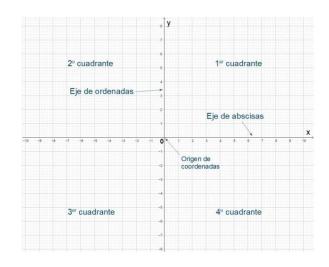
Plano Cartesiano:

Los ejes cartesianos o ejes de coordenadas son dos rectas perpendiculares entre sí graduadas, una horizontal y otra vertical.

El eje horizontal o eje X se llama eje de abscisas, y el eje vertical o eje Y se llama eje de ordenadas.



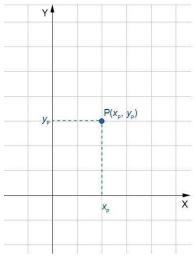
Ambos ejes se cortan en un punto que se denomina origen de coordenadas, y que se representa con O.



Los ejes cartesianos dividen al plano en cuatro regiones o cuadrantes, tal y como se muestra en la imagen.

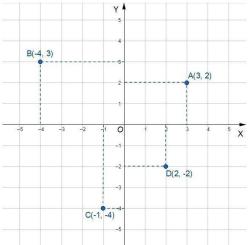
Coordenadas cartesianas de un punto del plano

Las coordenadas cartesianas de un punto P del plano son un par ordenado de números (xP, yP) que indican la posición de dicho punto respecto de los ejes de coordenadas.



Así, por ejemplo, la representación en el plano de los puntos: A(3, 2), B(-4, 3), C(-1, -

4) y D(2, -2), sería:



<u>Actividad</u>: Te propongo que representes los siguientes puntos, uniéndolos con líneas en orden alfabético y coloreando el interior:

$$A(-4, 2), B(-3, 4), C(4, 4), D(4, 3), E(2, 3), F(2, -1), G(3, -3),$$

$$H(4,\, \text{-}2),\, I(4,\, \text{-}3),\, J(3,\, \text{-}4),\, K(1,\, \text{-}3),\, L(1,\, 3),\, M(\text{-}1,\, 3),\, N(\text{-}1,\, \text{-}2),$$



Piensa...

¿De qué depende la longitud de una circunferencia?

¿De qué depende la cantidad de lluvia recogida en un recipiente durante 1 hora?

¿De qué depende la distancia recorrida durante un minuto por un móvil que sigue un movimiento rectilíneo uniforme?

¿De qué depende el precio de la factura de la luz de tu casa?

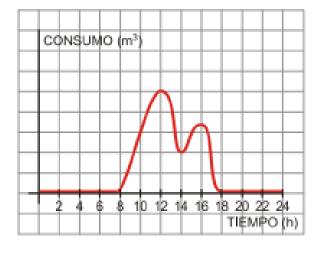
Estos son ejemplos de tu día a día en los que se establecen relaciones entre distintas magnitudes tales como: $L = 2 \cdot \pi \cdot R$, la intensidad de la lluvia, la velocidad del auto y el consumo de energía.

Si observas en los ejemplos anteriores, existe:

- Una *variable independiente*: el radio de la circunferencia, la intensidad con la que cae la lluvia, la velocidad del móvil o la cantidad de energía consumida de nuestros ejemplos
- Una *variable dependiente*, que es función del valor o valores de las anteriores: la longitud de la circunferencia,, la cantidad de lluvia recogida en el recipiente, la distancia recorrida por el cuerpo o el precio final de la factura de la luz

Para expresar matemáticamente la dependencia entre variables, y poder así describir fenómenos reales, utilizamos las funciones. A éstas en matemática las escribimos $\mathbf{f}: \mathbf{A} \rightarrow \mathbf{B}$.

Analicemos la siguiente función: El consumo de agua en un colegio viene dado por esta gráfica:

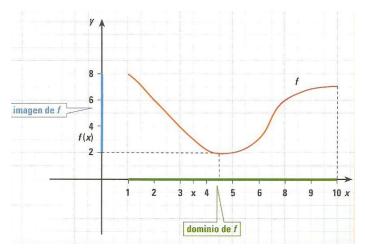


- a) ¿Durante qué horas el consumo de agua es nulo? ¿Por qué?
- b) ¿A qué horas se consume más agua?
 ¿Cómo puedes explicar esos puntos?
- c) ¿Qué horario tiene el colegio?
- d) ¿Por qué en el eje X solo consideramos valores entre 0 y 24? ¿Qué significado tiene?
- e) ¿Podrías identificar cual es la variable independiente y cual la dependiente?

<u>Dominio e imagen de una</u> <u>función</u>

Dominio de f: es el conjunto de valores que puede tomar la Variable Independiente

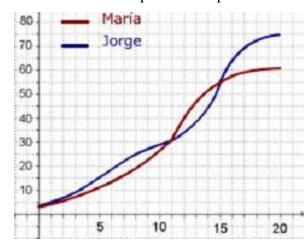
Imagen de f: es el conjunto de los valores que toma la variable dependiente



Siguiendo con análisis de la función anterior (Consumo de agua en un colegio), te animas a identificar dominio e imagen?

Actividad:

María y Jorge son dos personas más o menos típicas. En la gráfica puedes comparar como ha crecido su peso en sus primeros 20 años



e) Indique dominio e imagen.

- a) ¿Cuánto pesaba Jorge a los 8 años?, ¿y María a los 12? ¿Cuándo superó Jorge los 45 kg?
- b) ¿A qué edad pesaban los dos igual? ¿Cuándo pesaba Jorge más que María?, ¿y María más que Jorge?
- c) ¿Cuál fue el promedio en kg/año de aumento de peso de ambos entre los 11 y los 15 años? ¿En qué periodo creció cada uno más rápidamente?
- d) Indica variable dependiente e independiente. Justifique.

